استخدام دالة الحياة الأسية كطريقة جديدة في تنبؤ المبيعات

د. خضر الكريدي

أستاذ مساعد في قسم الإحصاء الرياضي- كلية العلوم - جامعة حلب

الملخص

عرضنا في هذا البحث استخدام دالة الحياة الأسية كطريقة جديدة للتنبؤ بالمبيعات مع بيانات مرتقبة يمينيا من النوع الأول بافتراض أن الأزمنة المكتملة هي أزمنة شراء منتج معين بدءا من لحظة عرضه, والأزمنة المرتقبة يمينيا هم الذين لم يشتروا بعد المنتج الذي عرض عليهم. تم تقدير الدالة الأسية باستخدام طريقة المعقولية العظمى. لتوضيح الفكرة تضمن البحث تطبيقا عدديا لأزمنة مولدة عشوائيا.

كلمات مفتاحية: دالة الحياة الأسية, بيانات مرتقبة يمينيا من النوع الأول, المعقولية العظمى, تنبؤ المبيعات.

ورد البحث للمجلة بتاريخ / / 2011

قبل للنشر بتاريخ / / 2011

مقدمة:

تعتمد طرق تنبؤ المبيعات التقليدية على تاريخ المبيعات, أي أن الشركة تحتاج إلى الانتظار لفترة معينة حتى تستطيع التنبؤ, بافتراض تطبيق نفس التأثير التسويقي. ولكن:

1- ماذا لو أرادت الشركة تجريب المنتج وتنبؤ مبيعاته قبل المخاطرة بإنتاجه بكميات كبيرة ثم طرحه في الأسواق؟
2- إذا خططت الشركة لحملة ترويجية, فهل تستطيع التنبؤ بالمبيعات بعد تنفيذ الحملة؟

التنبؤ بالطرق التقليدية يتطلب القيام بدورة مبيعات كاملة (أو الانتهاء من الحملة الترويجية) حتى نستطيع التنبؤ بالمبيعات في المرة المقبلة. [3] [2]

تتلخص فكرة البحث بالنظر إلى تقسيمات الشريحة المستهدفة بناء على قابليتهم للشراء, وهم بالتدريج [1]:

1- مجموعة تحتاج للمنتج (شراؤها وارد) Leads
2- مجموعة متوقع شراؤها (Prospects) بسبب القيام بتأثير ترويجي ما (Stimuli)
3- الزبائن (Customers): وهم من اشتروا المنتج

تركيزنا في هذا البحث هو قياس نسبة الذين سيتخذون قرار الشراء بعد مرور زمن محدد على تنفيذ تأثير ترويجي, أي ما هي نسبة متوقعي الشراء الذين سيشترون بعد

مرور زمن معين على تنفيذ تأثير ترويجي (أي ابتداء من معرفتهم للمنتج, وهو غاية الترويج: التواصل Communication)

سنفترض أن نظرة المتوقع شراؤهم للمنتج لن تتغير طوال فترة الانتظار (والتي تبدأ من لحظة تطبيق التأثير الترويجي وتنتهي بقرار شرائه), وبناء على هذه الفرضية سنستخدم النموذج الأسي في تقدير دالة الحياة لأزمنة الشراء. مفترضين أن البيانات هي أزمنة الانتظار حتى الشراء, بحيث نعتبر أن بقية المجموعة (الذين ننتظر زمن شرائهم) أزمنة مرتقبة من اليمين – نوع أول.

مشكلة البحث:

اعتماد طرق تنبؤ المبيعات على التاريخ السابق للمبيعات مع افتراض تأثير نفس التأثير الترويجي, والذي يؤدي بدوره إلى أن الشركة:

1- لا تستطيع أن تتوقع كمية المبيعات لمنتج جديد لم يسبق للشريحة المستهدفة أن جربته.

2- لا تستطيع أن تتنبأ بالمبيعات بعد تنفيذ حملة ترويجية جديدة (مختلفة عن الحملات السابقة)

هدف البحث:

تقدير دالة الحياة الأسية بناء على بيانات مرتقبة من اليمين – نوع أول, بافتراض أن الأزمنة هي أزمنة الشراء, والأزمنة المرتقبة يمينيا هم الذين لم يتخذوا بعد قرار الشراء. ثم استخدام الدالة المقدرة في تنبؤ مبيعات الشركة.

منهج البحث:

لنفرض أن الشركة عرضت المنتج على عينة عشوائية حجمها p من الشريحة المستهدفة (وكلمة شريحة مستهدفة تعني أنهم مشتركون بعدد من الخصائص والسلوكيات), ثم انتظرت الشركة لفترة محددة من الزمن, وسجلت فيها أزمنة الشراء للذين اشتروا, أما البقية فسجلتهم على أنهم أزمنة مرتقبة يمينيا, بفرض أن النموذج الأسي المقدر الموافق هو [5] [4]:

$$\Pr(T > t) = \exp(-\hat{\lambda} t) \quad \ldots (1)$$

ونسمي هنا $\hat{\lambda}$ معدل الشراء, وافترضنا بأن نظرة من عرضنا عليه المنتج لن تتغير تجاه هذا المنتج مع الزمن, لذلك فإن معدل الشراء سيكون ثابتا.

وبالتالي إذا عرضت الشركة المنتج على عينة حجمها p فإنه يتوقع أن يشتري c واحد منهم هذا المنتج بعد مرور الزمن t:

$$c = p \times \left[1 - \exp(-\hat{\lambda} t)\right] \quad \ldots (2)$$

وبالعكس, إذا أردنا معرفة الزمن الذي تحتاجه الشركة حتى تحقيق مبيعات حجمها c , فإننا نستطيع حل المعادلة (2) بالنسبة لـ t لتصبح:

$$t = \frac{\ln(1 - c / p)}{-\hat{\lambda}} \quad \ldots (3)$$

وتفيد في تحديد زمن تحقيق نقطة التعادل break-even point (وهي النقطة التي يغطي فيها عائد المبيعات تكلفة الاستثمار الأولية في المنتج).

مقدر المعقولية العظمى لوسيط الدالة الأسية:

لنقم بتقدير وسيط التوزيع الأسي اعتمادا على عينة حجمها p, و بافتراض أن العينة تحوي بيانات من الأنواع:

1- بيانات مكتملة (عددها c) , نرمز لهذه المجموعة بـ C

2- بيانات مرتقبة يمينيا (عددها $p-c$) , نرمز لها بـ R

سنقوم بتقدير وسيط التوزيع باستخدام دالة المعقولية, لذا في البدء لابد من تعريف الدالة المشتركة لهذه العينة:

1- الدالة المشتركة لمجموعة البيانات المكتملة هي: $\prod_{t_i \in C} f(t_i)$, حيث $f(t)$ هي دالة الكثافة للتوزيع الأسي.

2- الدالة المشتركة لمجموعة البيانات المرتقبة يمينيا هي: $\prod_{t_i \in R} \Pr(T > t_i)$, حيث t_iهو الزمن المرتقب يمينيا.

وبناء عليه تكون الدالة المشتركة لهذه العينة:

$$L = \prod_{t_i \in C} f(t_i) . \prod_{t_i \in R} \Pr(T > t_i)$$

$$L = \prod_{t_i \in C} f(t_i) . \prod_{t_i \in R} S(t_i) \qquad \ldots(4)$$

وهي الدالة المشتركة لعينة تحوي بيانات مرتقبة يمينيا, وهي تقابل بالنسبة للتوزيع الأسي:

$$L = \prod_{t_i \in C} \lambda e^{-\lambda t_i} . \prod_{t_i \in R} e^{-\lambda t_i}$$

$$L = \lambda^c . e^{-\lambda . \sum_{t_i \in C} t_i} . e^{-\lambda . \sum_{t_i \in R} t_i} \quad ...(5)$$

بأخذ اللوغاريتم الطبيعي:

$$\ln L = c . \ln \lambda - \lambda \sum_{t_i \in C} t_i - \lambda \sum_{t_i \in R} t_i \quad ...(6)$$

باشتقاق الطرفين نحصل على:

$$\frac{\partial \ln L}{\partial \lambda} = \frac{c}{\lambda} - \sum_{t_i \in C} t_i - \sum_{t_i \in R} t_i \quad ...(7)$$

بحل المعادلة: $\frac{\partial \ln L}{\partial \lambda} = 0$ نحصل على المقدّر المطلوب:

$$\hat{\lambda} = \frac{c}{\sum_{t_i \in C} t_i + \sum_{t_i \in R} t_i} \quad ...(8)$$

وهو مقدّر المعقولية العظمى لوسيط التوزيع الأسي بناء على عينة تحتوي بيانات مرتقبة يمينيا.

علما أنه في حالة كون البيانات كلها مكتملة (كل العينة اشتروا المنتج خلال فترة الدراسة) فإن المقدّر يصبح:

$$\hat{\lambda} = \frac{c}{\sum_{t_i \in C} t_i} = \frac{1}{\overline{T}} \quad ...(9)$$

حيث $\overline{T}$ هو المتوسط الحسابي لأزمنة العينة.

انظر : [7] [6]

تطبيق عددي:

قامت مؤخرا شركة ماكنتوش لتقنية المعلومات بطرح منتج (Ipad 2) في الأسواق (وهو كمبيوتر صغير على شكل شاشة مصفحة), المنتج حتى الآن لم يتبين نجاحه أو فشله (من حيث كمية المبيعات).

لنقترح الطريقة التالية في تنبؤ مبيعات هذا المنتج الجديد:

كلفت الشركة مجموعة من فريق مبيعاتها لعرض المنتج على عينة عشوائية من زبائن سابقين (أو من معارف المجموعة) حجمها 1000 , وبقيت مجموعة المبيعات تتابع هؤلاء لمدة 30 يوما, وسجل لكل منهم أزمنة الشراء والبالغ عددهم 150, أما البقية فتم تسجيلهم على أنهم أزمنة مرتقبة يمينا.

المعطيات هي:

- P=1000 المتوقع شراؤهم (حجم العينة العشوائية)
- C=150 (حجم البيانات المكتملة)
- أزمنة الشراء (زمن الشراء في هذه التجربة يعني أنه اشترى المنتج بعد 30 يوم كحد أقصى, أما البقية فيمكن أن يشتروا لاحقا, لكن لسنا مضطرين

لانتظار كامل العينة حتى نقدر قيمة الوسيط طالما أننا نستطيع تقديره الآن)

سنقوم بتوليدها عشوائيا اعتمادا على الدالة العكسية للتوزيع الأسي:

$$t = \frac{\ln[1 - Rnd]}{-0.015} \quad .... (10)$$

حيث Rnd قيمة عشوائية واقعة في المجال $]0,1[$. ويتضمن الملحق البيانات المولدة عشوائيا اعتمادا على الدالة (10).

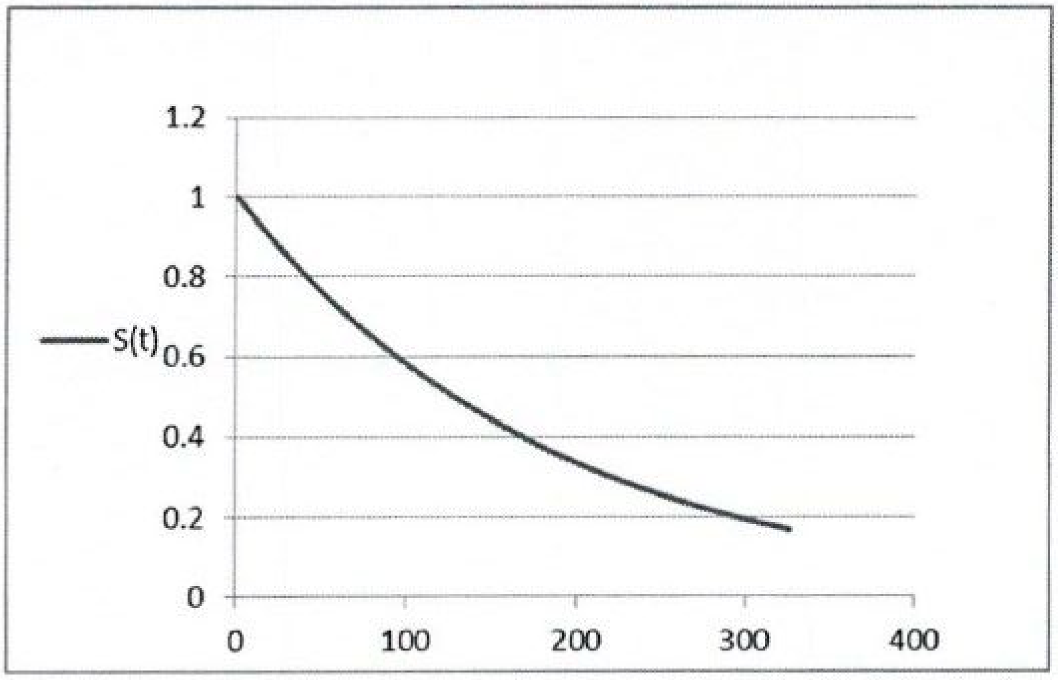
يصبح مقدر المعقولية العظمى لوسيط التوزيع الأسي بناء على بيانات مرتقبة يمينية من النوع الأول للبيانات المولدة (اعتمادا على العلاقة 8):

$$\begin{aligned}\hat{\lambda} &= \frac{c}{\sum_{t_i \in C} t_i + \sum_{t_i \in R} t_i} \\ &= \frac{150}{2002 + 850 \times 30} \\ &= 0.005454\end{aligned}$$

ومنه فإن النموذج المقدر لدالة الحياة هو :

$$\Pr(T > t) = \exp(-0.005454\, t)$$

الشكل التالي هو دالة الحياة الأسية المقدرة:



ومعلوم أن التوقع لهذا التوزيع هو:

$$ET = \frac{1}{\lambda} = \frac{1}{0.005454} = 138.35$$

أي, سيأخذ الزبون فترة معدلها 138 يوما حتى يتخذ القرار بالشراء.

ودالة الموت للتوزيع الأسي هي:

$$h(t) = \lambda = 0.005454 = 0.5\%$$

أي في كل يوم سيشتري من كل 100 شخص عرض عليه المنتج: 0.5 زبون.

أما إذا أرادت الشركة أن تحقق مبيعات تقدر بـ 600 منتج Ipad2 من بين كل 1000 مهتم تعرض عليهم المنتج, فإن عليها أن تنتظر (اعتمادا على العلاقة 3) المدة الزمنية:

$$t = \frac{\ln(1-c/p)}{-\hat{\lambda}} = \frac{\ln(1-600/1000)}{-0.005454} \approx 168$$

أي على الشركة أن تنتظر 168 يوما حتى يشتري 600 واحد من مجمل الـ 1000 المعروض عليهم هذا المنتج.

وبالعكس, بفرض أن الشركة لديها خطة ترويج للعام المقبل تستهدف الوصول إلى أكثر من 100,000 مهتم لعرض المنتج عليهم, فإنها خلال هذا العام يتوقع تحقيقها (اعتمادا على العلاقة 2):

$$c = p \times \left[1-\exp(-\hat{\lambda}t)\right] = 100,000\left[1-\exp(-0.005454t)\right) \approx 86,340$$

86,340 وحدة من هذا المنتج, وبالتالي على الشركة أن تأخذ بالحسبان كل من مقدرتها الإنتاجية (هل هي كافية لكمية الإنتاج هذه), وتكلفة المنتج الثابتة (هل ستغطي المبيعات الكلفة الثابتة لهذا المنتج).

النتائـج:

1- اعتمدنا على النموذج الأسي الذي يفترض معدل شراء ثابت مع الزمن والذي يعود إلى نظرة ثابتة تجاه المنتج وهذا يتوافق مع التطبيق العددي المطروح, وبالطبع فإن اختيار نماذج أخرى يعتمد على سلوك الشريحة المستهدفة تجاه المنتج.

2- استفدنا من النموذج الأسي المقدر في:

a. دالة الحياة والتي تفيدنا في توضيح توزيع أزمنة الشراء حتى نفاد كمية معينة.

b. دالة الموت والتي تفيد في مراقبة كمية المبيعات اليومية.

c. معرفة متوسط طول الفترة التي تحتاجها الشركة حتى تنفد كمية معينة.

3- افترضنا أن الشريحة المستهدفة متجانسة فيما بينها, لكن إذا كان لدينا عدة شرائح مستهدفة متباينة فيما بينها, فيجب دراسة كل شريحة على حدة, وهنا أيضا يمكن أن نستفيد في معرفة تأثير التباين على معدل الشراء

4- هذه الطريقة هي بديلة عن الطرق التقليدية للتنبؤ التي تعتمد على التاريخ السابق, وبالنسبة للمنتجات الجديدة, فأحيانا يستخدمون دراسات السوق الميدانية لأخذ فكرة عن مدى احتياج السوق لمثل هذا المنتج (الطلب المتوقع) إلا أنها لا تعطي أرقاما دقيقة عن المبيعات المتوقعة [9] [8].

الملحق: البيانات المولدة عشوائيا اعتمادا على الدالة (10):

15	28	16	14	15
28	4	10	8	14
5	19	12	12	8
29	9	22	9	14
13	30	17	9	6
25	11	2	24	8
25	25	5	7	26
7	26	2	20	25
11	5	11	11	30
7	27	3	16	2
6	28	2	13	19
24	1	13	22	1
22	9	20	11	7
7	21	2	5	5
21	5	4	10	30
6	2	26	14	9
8	4	26	1	18
2	14	10	5	7
26	8	2	7	1
25	12	3	23	9
12	24	19	18	11
8	11	18	5	12
14	17	26	20	13
4	5	25	3	23
2	8	5	10	27
15	30	20	7	6
11	20	12	6	28
20	1	22	22	1
12	1	25	28	14
16	10	3	25	8

المراجع:

1- BELCH B. **"Advertising and Promotion: an Integrated Marketing Communications Prospective"**. 8^{th} ed. McGraw Hill. 2009.

2- FUTRELL C. M. **"Fundamentals of Selling: Customers for Life Through Service"**. McGraw Hill. 2011.

3- HAIR. BUSH. **"Marketing Research: within a Changing Information Environment"**. 2^{nd} ed. McGraw Hill Companies. 2002.

4- KLEIN J. P. , MOESCHBERGER Melvin L. **"Survival Analysis Techniques for Censored and Truncated Data"**, 2nd ed. ; Springer – 2003.

5- LARRY W., .Department of Statistics. University of Florida. **"Introduction to Biostatistics"** -2004

6- NIST/SEMATECH (Commerce Department's Technology Administration U.S.). **"e-Handbook of Statistical Methods"**- (last updated is 2006)

7- PATILEA V., ROLIN J.; Product-Limit Estimators of the Survival Function with Twice Censored Data. ***"The Annals of Statistics"***. vol **34**, No. 2, 925–938 .Institute of Mathematical Statistics, 2006.

8- PLOTT C. R. **"Information Aggregation Mechanisms: Concept, Design and Implementation for a Sales Forecasting Problem"**. Social Science Working paper. 2002.

9- WINKLHOFER M. H. **"Managerial evaluation of sales forecasting effectiveness: A MIMIC modeling approach. International"**. ***Journal of Research in Marketing***. Volume **19**, Issue 2, June 2002, Pages 151-166.

The Use of Exponential Survival Function as a New Suggested Method in Sales Forecasting

Abstract

We presented in this research the use of exponential survival function as a new suggested method in sales forecasting with Right Type I Censored Data, with supposing that the complete data is the times of buying starting by the times of presenting the product, and the others are considered as right type I censored data. We estimated exponential survival function by Maximum Likelihood Estimation. The research is included numerical application for randomly generated data.

Keywords: exponential survival function, right type I censored data, maximum likelihood estimation, sales forecasting.