

حساب الطيف الطاقي الكامل لنواة $^{42}_{20}\text{Ca}$ باستخدام كمون دلتا
السطحي المعدل

الاسم: نورس غازي الهلام

القسم: فيزياء

الكلية: العلوم

الجامعة: جامعة الفرات

المدينة: دير الزور

031-320160

هاتف: 0988846939

حساب الطيف الطاقي الكامل لنواة $^{42}_{20}\text{Ca}$ باستخدام كمون دلتا السطحي المعدل

نورس غازي الهلامي*

الملخص:

حسبنا في هذا العمل الطيف الطاقي الكامل لنواة الكالسيوم $^{42}_{20}\text{Ca}$ التي تمتلك نيوكلوني تكافؤ يقعان على السوية $0/7_2$ خارج القلب المغلق $^{20}_{20}\text{Ca}$ ، وذلك اعتماداً على النموذج الطبقي المطور في حال تطبيق خلط التشكيلات النيوكلونية واستخدام كمون دلتا السطحي المعدل (MSDI) كتفاعل مُنبقي بين نيوكلوني التكافؤ.

كانت نتائج قيم طاقات الإثارة المحسوبة نظرياً على تقارب جيد مع القيم التجريبية.

الكلمات المفتاحية: نموذج طبقي بسيط، نموذج طبقي مطور، تفاعل مُنبقي، تشكيلة نيوكلونية نقية، خلط التشكيلات النيوكلونية.

*قائم بالأعمال – جامعة الفرات - كلية العلوم- قسم الفيزياء

1. المقدمة:

اهتم الباحثون بدراسة النوى القريبة من النوى مضاعفة السحريّة (التي تُسمى بنوى القلب المغلق) نظرياً وتجريبياً، وخاصةً تلك التي تمتلك عدداً محدوداً من النيوكليونات التي تقع خارج أو ضمن قلب مغلق (ORMAND, 1996) حيث تزودنا دراسة هذه النوى بمعلومات جيدة عن طبيعة القوى النووية.

كما تركّز اهتمام الباحثين مؤخراً على الطبقة fp وخصوصاً الحدود الدنيا منها وذلك نتيجة لأهمية النوى التي تقع ضمن هذا المجال في تطبيقات الفيزياء الفلكية (MAJEED, 2006).

يتطلب إجراء الحسابات المتعلقة بهذا النوع من النوى كمون فعال يتناسب مع كتلة النوى، وهو يختلف للنوى المتوسطة عنه للنوى الخفيفة (SILVEIRIA et al, 2005). من هذه الكمونات كمون دلنا السطحي المعدل (MSDI) الذي يُعتبر من الكمونات القابلة للفصل مما يتيح الحصول على حل تحليلي لمعادلة شرودنغر.

اخترنا في هذه الدراسة نواة $^{44}_{20}\text{Ca}$ التي تمتلك نيوترونين يقعان خارج نواة القلب المغلق $^{40}_{20}\text{Ca}$ ، حيث حظيت هذه النواة بقدر كبير من الدراسة، وذلك لكونها أول نواة تمتلك نيوترونين خارج القلب المغلق $^{40}_{20}\text{Ca}$ مما يسمح بدراسة القوى النووية بين النيوترونين فقط وبالتالي عدم أخذ تأثير القوى الكولونية بالاعتبار. حُسبت سوينات الإثارة الأولى فقط لهذه النواة في عدد من الدراسات

(JASIELSKA & WKIELCE, 1976). كما تم تطبيق نظرية خلط التشكيلات النيوكلونية على سوينات الإثارة الأولى فقط لها (الحلموشي و الهلامي، 2011)، إلا أن جميع قيم السوينات الطاقية وطاقات الإثارة لهذه النواة والتي تُسمى بالطيف الطاقى الكامل لم يحظ بقدر كافٍ من الدراسة. لذا قمنا في هذا العمل بحساب الطيف الطاقى الكامل للسوينات الطاقية وطاقات الإثارة المُشاهدة تجريبياً لنواة $^{44}_{20}\text{Ca}$ بتطبيق نظرية خلط التشكيلات النيوكلونية، كما قمنا بتحديد كل تابع موجي موافق لكل سوينة طاقية محسوبة، وذلك عن طريق أخذ جميع التشكيلات النيوكلونية المسموحة كوانتياً ضمن الطبقة fp واعتبار أن نيوكليونات التكافؤ، وهما النيوترونين في دراستنا، تكون ضعيفة الارتباط بهذا القلب، لذا يُمكن لهذه النيوكليونات أن تتواجد في أية سوينة قريبة طاقياً من سويتها الأساسية نتيجة للتصادمات التي تجريها هذه النيوكليونات مع بعضها وذلك بسبب الكمون المُتبقى بين هذين النيوكليونين الذي استخدمناه لصيغة كمون دلنا لسطحي المعدل MSDI.

2. النموذج الطبقي:

تتعامل مع النواة وفقاً لهذا النموذج كمنظومة مكونة من A نيوكليون يسبح كل منها في حقل متوسط ناتج عن باقي النيوكليونات، لذا فإن نقطة البدء لدراسة هذا النموذج هي حل معادلة شرودنغر لمنظومة مكونة من A نيوكليون كما يلي (MESSIAH, 1999):

$$\hat{H}\Psi(1,2,\dots,A) = E\Psi(1,2,\dots,A) \quad (1)$$

$\Psi(1,2,\dots,A)$: التابع الموجي الذي يصف حالة نواة مكونة من A نيوكليون.

\hat{H} : الهاملتوني الكلي للمنظومة وهو يتألف من حدين: الأول هو مجموع الطاقات الحركية للنيوكلونات على أن كل منها جسيم مفرد، والثاني حد التأثير المتبادل بين كل نيوكلونين بالشكل:

$$\hat{H} = \sum_{i=1}^A \left(-\frac{\hbar^2}{2m} \Delta_i \right) + \sum_{i,j=1}^A W(i,j) \quad (2)$$

يُشير i إلى إحداثيات النيوكلون (الموضع \vec{r} ، السبين s ، الأيزوسبين i) قيد الدراسة.

يُمكن كتابة الهاملتوني السابق بإضافة و طرح كمون جسيم مفرد له الصيغة $\sum_{i=1}^A U(i)$ على النحو:

$$\hat{H} = \sum_{i=1}^A \left[-\frac{\hbar^2}{2m} \Delta_i + U(i) \right] + \sum_{i,j=1}^A W(i,j) - \sum_{i=1}^A U(i) = \hat{H}^{(0)} + \hat{H}^{(1)} \quad (3)$$

$\hat{H}^{(0)}$: هاملتوني يوافق مجموع هاملتونيات الجسيمات المفردة ويكتب كما يلي:

$$\hat{H}^{(0)} = \sum_{i=1}^A \left[-\frac{\hbar^2}{2m} \Delta_i + U(i) \right] = \sum_{i=1}^A \hat{h}(i) \quad (4)$$

$\hat{H}^{(1)}$: هاملتوني يُشار إليه "بالتفاعل المتبقي" المُكوّن من حد التأثير المتبادل بين كل جسيمين

منطرحاً منه حد كمون مركزي $\sum_{i=1}^A U(i)$ ويكتب على النحو:

$$\hat{H}^{(1)} = \sum_{i,j=1}^A W(i,j) - \sum_{i=1}^A U(i) \equiv \hat{V} \quad (5)$$

هناك عدّة طرقٍ للتعامل مع مثل هذه المنظومة المُكوّنة من A نيوكلون، أهمها هو اعتبار النموذج الطبقي نموذجاً طبقياً بسيطاً حيث تُهمل حد التفاعل المتبقي $\hat{H}^{(1)}$ ، أو اعتبار النموذج الطبقي نموذجاً طبقياً مطوّراً حيث نأخذ هذا الحد بعين الاعتبار.

1.2. النموذج الطبقي البسيط:

يُفترض في هذا النموذج بأن النيوكلونات في النواة لا تخضع سوى للكمون المركزي الناتج عن باقي النيوكلونات، وفيه يُختار الكمون $U(i)$ بحيث يجعل تأثير الحد \hat{V} صغيراً لدرجة يُمكن إهماله، فيؤول الهاملتوني في المعادلة (3) إلى $\hat{H} \approx \hat{H}^{(0)}$ ، تُوصف النواة في هذه الحالة بتابع موجي $\Phi_T(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \vec{r}_3, \dots, \vec{r}_A)$ حيث $\Gamma = (J, T)$ هما العزم والأيزوسبين الكليين للنواة) وهو ضد مُتناظر عند التبدل بين أي نيوكلونين (من حيث المحاور: الموضع، السبين، الأيزوسبين) لذلك يُعبّر عنه بمحدد سلوتر التالي (SUHONEN, 2005):

$$\Phi_T(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \vec{r}_3, \dots, \vec{r}_A) = \chi \left[\prod_{i=1}^A \varphi_{\alpha_i}(\vec{r}_i) \right]$$

تُشير α إلى مجموعة الأعداد الكوانتية التي تُعرّف النيوكلون، γ : هو مؤثر اللاتناظر الذي يُظهر الإشارة الموافقة عند تبديل محاور الجسيم المفرد في التابع الموجي الضربي (النتيجة عن حاصل ضرب التتابع الموجية) كما أنه يُشتمل ضمناً على ثابت التنظيم. في هذا النموذج يوافق كل عنصر من عناصر مُحدد سلاخر تابع موجي $\varphi_{\alpha}(\vec{r})$ هو حل لمعادلة شرودينغر لجسيم مفرد يقع في حقل مركزي، وينألف هذا التابع من جزء قطري وجزء ناتج عن الاقتران السبيني. المداري وأخيراً جزء أيزوسبيني، نُعبر عنه على النحو:

$$\varphi_{\alpha}(\vec{r}, \vec{s}, \vec{t}) = R_{m_i} [Y_{l m_i}, \chi_{l m_i}, I_{l m_i}] \Theta_{l m_i} \quad (7)$$

وتأخذ معادلة شرودنغر للجسيم المفرد الشكل التالي (الحلموشي و الهلامي، 2013):

$$\hat{h}\varphi_{\alpha}(\vec{r}) = \varepsilon_{\alpha}\varphi_{\alpha}(\vec{r}) \quad (8)$$

ε_{α} : طاقة الجسيم المفرد، \hat{h} : هاميلتوني الجسيم المفرد المُكوّن من مؤثر الطاقة الحركية مُضافاً إليه أحد أشكال الكمونات المركزية، بالإضافة إلى كمون التأثير المتبادل السبيني. المداري، ونُعبر عنه بالشكل:

$$\hat{h} = -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + V(r) + f(r)(\vec{l} \cdot \vec{s}) \quad (9)$$

حيث m : كتلة النيوكلون، $f(r)$: الجزء القطري لكمون الاقتران السبيني. المداري.

تُمثل ترتيبية التتابع الموجية المُعطاة في المعادلة (6) "تشكيلة نيوكلونية" وهي هنا "تشكيلة نيوكلونية نقية"، تُعطي معادلة شرودينغر المُعيرة عن أية تشكيلة نيوكلونية على النحو:

$$H^{(0)}\Phi_T(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \vec{r}_3, \dots, \vec{r}_T) = E_T \Phi_T(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \vec{r}_3, \dots, \vec{r}_T) \quad (10)$$

وتكوّن الطاقة الكلية في هذه الحالة عبارة عن مجموع طاقات الجسيمات المفردة كما يلي:

$$E_T^{(0)} = \sum_{i=1}^T \varepsilon(i) \quad (11)$$

2.2 النموذج الطبقي المطور:

في هذا النموذج يُؤخذ حد التفاعل المُتبقى الناتج عن التأثيرات المتبادلة بين كل نيوكلونين بالاعتبار. قد ينتج عن هذه التأثيرات المتبادلة أن يقفز أحد النيوكلونات المتصادمة إلى سوية أخرى غير السوية المُحددة له وفقاً للنموذج الطبقي البسيط دون تغيير $\Gamma = (J, T)$ ، مُكوّناً تشكيلة نيوكلونية جديدة Φ_T تُوصف بترتيب النيوكلونات كافة (الحلموشي و الهلامي، 2013). تُؤلف مجموعة توابع التشكيلات النيوكلونية النقية $\Phi_1, \Phi_2, \Phi_3, \dots$ ، الناتجة عن توزيع النيوكلونات، مجموعة كاملة تُشكّل عناصرها قاعدة للنشر، وتكوّن القيمة المُتوقعة لإيجاد النواة في الحالة المُحددة تساوي مجموع القيم المُتوقعة لإيجاد النواة في كل من هذه التشكيلات النيوكلونية المسموحة. تُكتب معادلة شرودنغر في هذه الحالة على النحو:

$$\hat{H}|\Psi\rangle = E|\Psi\rangle \quad (12)$$

حيث $\hat{H} = \hat{H}^{(0)} + \hat{H}^{(1)}$ ، ويُنشر التابع الموجي الكلي للنواة Ψ بدلالة التتابع $\Phi_1, \Phi_2, \Phi_3, \dots$ والمعروف كل منها بالعلاقة (6) على النحو:

$$|\Psi\rangle = \sum_{i=1}^N a_i |\Phi_i\rangle \quad (13)$$

N : عدد التشكيلات النيوكلونية النقية. بإدخال المعادلة (13) في المعادلة (12) نحصل على:

$$\hat{H} \sum_{i=1}^N a_i |\Phi_i\rangle = E \sum_{i=1}^N a_i |\Phi_i\rangle$$

حيث $\sum_{i=1}^N a_i^2 = 1$ ، وبضرب طرفي العلاقة السابقة بالتابع $\langle \Phi_l |$ من اليسار نحصل على:

$$\sum_{i=1}^N a_i \langle \Phi_l | \hat{H} | \Phi_i \rangle = E \sum_{i=1}^N a_i \langle \Phi_l | \Phi_i \rangle$$

$$\sum_{i=1}^N H_{li} a_i = E a_l \quad (14)$$

$$H_{li} \equiv \langle \Phi_l | \hat{H} | \Phi_i \rangle = E_i^{(0)} \delta_{li} + H_{li}^{(1)} \quad (15)$$

$$H_{li}^{(1)} = \langle \Phi_l | \hat{H}^{(1)} | \Phi_i \rangle \quad (16)$$

H_{li} : عنصر من عناصر مصفوفة الهاملتوني الكلي \hat{H} ، $H_{li}^{(1)}$: عنصر مصفوفة التفاعل المتبقي $\hat{H}^{(1)}$.

يمكن كتابة المعادلة (14) بالشكل المصفوفي وذلك بالجمع على l ، كما يلي:

$$\begin{pmatrix} H_{11} & H_{12} & \dots & H_{1N} \\ H_{21} & H_{22} & \dots & H_{2N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ H_{N1} & H_{N2} & \dots & H_{NN} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_N \end{pmatrix} = E \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_N \end{pmatrix} \quad (17)$$

وهكذا نكون قد حولنا معادلة شرودينغر إلى مسألة قيم ذاتية لمصفوفة الهاملتوني الكلي \hat{H} .

للحصول على القيم الذاتية $E(J_i^*, i=1 \dots N)$ ، والتي تمثل قيم السويات الطاقية الموافقة لقيمة Γ وعددها يساوي N ، لأي حالة من حالات النواة، يجب تقطير مصفوفة الهاملتوني الكلي \hat{H} .

بتعويض قيمة $E = E(J_i^*, i=1 \dots N)$ في المعادلة (17) كل على حدا نحصل على المعاملات a_i التي تمثل الجذر التربيعي لاحتمال وجود النواة في التشكيلة i المتاحة، وبتعويض قيم هذه المعاملات في العلاقة (13) نحصل على التابع الذاتي لكل حالة كوانتية التابع الموجي المعروف بقيمة Γ والذي يضم

جميع التشكيلات النيوكلونية المسموحة). تُعطي مصفوفة الهاملتوني الكلي H جميع التشكيلات النيوكلونية المسموحة، وتُسمى هذه الحالة بحالة خلط التشكيلات النيوكلونية، حيث يكون التابع الموجي الكلي Ψ هو تركيب خطي من جميع التشكيلات النيوكلونية النقية المسموحة (الحلومي و الهلامي، 2013).

من الواضح بأنه عندما يكون عدد النيوكلونات كبيراً فإن مصفوفة التشكيلات النيوكلونية للهاملتوني الكلي H تُصبح كبيرة جداً، لذلك سنلجأ لتقريب "فضاء التكافؤ" (SUHONEN, 2005) الذي يفترض وجود قلب مغلق هو أقرب نواة مضاعفة السحرية، عندها تقتصر الدراسة على نيوكلونات التكافؤ فقط بدلاً من أن تكون بين جميع النيوكلونات، حيث تتبادل نيوكلونات التكافؤ هذه التأثير فيما بينها عبر الكمون المتبقي، ولا يظهر تأثير هذا الكمون إلا في حال كون الطبقات غير مكتملة، ووفقاً لهذا يُعتبر عن التشكيلة النيوكلونية (وفقاً لرموز ديراك) بالشكل $|\Phi\rangle = |\bar{n}_1, l_1, \bar{n}_2, l_2, \bar{n}_3, l_3, \dots, l^N\rangle$ حيث تُشير الرموز J, l, \bar{n} إلى العدد الكوانتي القطري والعزم المداري والعزم الزاوي الكلي على التوالي للنيوكلونات التي تقع خارج (ضمن) قلب مغلق والتي تُسمى بنيوكلونات التكافؤ.

3. تحديد التشكيلات النيوكلونية المسموحة:

تُحدد قيم العزم الزاوي الكلي المسموح للنوى التي تمتلك نيوكلوني تكافؤ عزمهما J_a, J_b على التوالي، من المتراجحة التالية (MESSIAH, 1999):

$$|J_a - J_b| \leq J \leq J_a + J_b \quad (18)$$

وبما أن التابع الموجي للمنظومات النووية المؤلفة من فيرميونات في حال كون النيوكلونين في المدار ذاته ($a = b$) يجب أن يكون ضد متناظر، ففي حالة النوى الزوجية زوجية (حيث $\gamma = 1$) تساهم القيم الزوجية فقط في العزم الزاوي الكلي من تلك التي تُحقق المتراجحة السابقة، أما في حال كون النوى فردية فردية فإن جميع القيم الزوجية والفردية تُأخذ بالاعتبار.

4. كمون دلتا السطحي المعدل (MSDI):

اقترحت أشكال مختلفة للكمون المتبقي V ومن بينها كمون دلتا السطحي (SDI) الذي يمتاز بكون الهاملتوني قابلاً للفصل مما يتيح الحصول على حل تحليلي لمعادلة شرودنغر وهذا يُسهل الحسابات بالإضافة لنجاحه في حساب العديد من الخواص النووية (JASIELSKA & WKIELCE, 1976). مما دعا لافتراض هذا الشكل من الكمون هو أن مبدأ باولي يمنع حدوث التصادمات في السويات الداخلية مما يجعل التصادمات تحدث بشكل أساسي على سطح المادة النووية، أي في سويات التكافؤ. افترض هذا الشكل من الكمون في عام 1966 من قبل Moszkowski وآخرون حيث اعتمد في بنائه على الفرضيات التالية (GLAUDEMANS, 1967):

(1) يقتصر التأثير المتبادل بين النيوكلونات على نيوكلونات التكافؤ فقط.

(2) تكون القوى ما بين النيوكلونين المتفاعلين a و b على شكل دلتا δ_{ab} ؛ أي يحدث التفاعل فقط عندما

يكون النيوكلونين في الموضع ذاته أخذاً الشكل $V_{ab} = -4\pi A_i \delta(\Omega_{ab})$

تُمثل Ω_{ab} الإحداثيات الزاوية للنيوكلونين المتفاعلين، في حين يُمثل A_f ثابت شدة التفاعل.

(3) لا يعتمد كمون التفاعل V_{ab} على العزم المداري l .

يُعطى كمون SDI بالعلاقة التالية (GLAUDEMANS, 1972):

$$V_{ab}[SDI] = -4\pi A_f \delta(\Omega_{ab}) \delta(r_a - R) \delta(r_b - R) \quad (19)$$

R : نصف قطر النواة المدروسة. ويُعطى مصفوفة عناصر التفاعل المتبقي للنيوكلونين المتفاعلين لـ كمون SDI على النحو:

$$\begin{aligned} \left(J_a J_b \parallel T \parallel V_{ab} \parallel J_c J_d \parallel T \right)_{JI} &= \frac{A_f}{2(2J+1)} \left[\frac{(2J_a+1)(2J_b+1)(2J_c+1)(2J_d+1)}{(1+\delta_{ab})(1+\delta_{cd})} \right]^{\frac{1}{2}} (-1)^{J_a+J_b+J_c+J_d} \left(J_b - \frac{1}{2} J_a - \frac{1}{2} J \right) \\ &\left(J_d - \frac{1}{2} J_c - \frac{1}{2} J \right) [1 - (-1)^{J_a+J_b+J_c+J_d}] - \left(J_b - \frac{1}{2} J_a - \frac{1}{2} J \right) \left(J_d - \frac{1}{2} J_c - \frac{1}{2} J \right) [1 + (-1)^{J_a+J_b+J_c+J_d}] \end{aligned} \quad (20)$$

يُشير الرمز $(J_b - \frac{1}{2} J_a - \frac{1}{2} J \parallel JM)$ لمعاملات كليش غوردن. وقد طور Glaudemans هذا الكمون الذي أضاف إليه حذاً آخر يتعلّق بالأيزوسبين وسمى هذا الكمون بـ كمون نلتا السطحي المُعكّل (MSDI) وأصبح بالشكل التالي (GLAUDEMANS, 1967):

$$V_{ab}[MSDI] = -4\pi A_f \delta(\Omega_{ab}) \delta(r_a - R) \delta(r_b - R) + B_f \tau_a \tau_b \quad (21)$$

$B_f \cdot A_f$: ثابتان يُمثّلان شدة التفاعل للنيوكلونين المتفاعلين، وتُحدد قيمتهما بطريقة مُطابقة أصغر المربعات (Least-Square Fitting): \bar{r}_a, \bar{r}_b : إحداثيات الموضع للنيوكلونين المتفاعلين، τ_a, τ_b : مؤثري باولي الأيزوسبين للنيوكلونين المتفاعلين، وتُحسب قيمتهما الخاصة من العلاقة المُعرّفة للأيزوسبين الكلي T الذي يساوي المُحصلة المُتجهاتية لأيزوسبين كلٍ من النيوكلونين المتفاعلين:

$$\bar{T} = \bar{r}_a + \bar{r}_b \quad (22)$$

وباعتبار $t = \frac{1}{2} \tau$ يكون:

$$\tau_a \tau_b = 2T(T+1) - 3 \quad (23)$$

أضيف هذا الحد في العلاقة (20) لإحداث الانقسام في السويات التي تُملك قيماً مُختلفة للأيزوسبين، ولا يُظهر تأثيره إلا في حال كون التُمكيلة النيوكلونية نقيّة، وبالتالي يُمكن كتابة مصفوفة عناصر التفاعل المتبقي للنيوكلونين المتفاعلين لـ كمون MSDI على النحو (GLAUDEMANS, 1972):

$$\begin{aligned} \left(J_a J_b \parallel T \parallel V_{ab} \parallel J_c J_d \parallel T \right)_{JI} &= \frac{A_f}{2(2J+1)} \left[\frac{(2J_a+1)(2J_b+1)(2J_c+1)(2J_d+1)}{(1+\delta_{ab})(1+\delta_{cd})} \right]^{\frac{1}{2}} (-1)^{J_a+J_b+J_c+J_d} \left(J_b - \frac{1}{2} J_a - \frac{1}{2} J \right) \\ &\left(J_d - \frac{1}{2} J_c - \frac{1}{2} J \right) [1 - (-1)^{J_a+J_b+J_c+J_d}] - \left(J_b - \frac{1}{2} J_a - \frac{1}{2} J \right) \left(J_d - \frac{1}{2} J_c - \frac{1}{2} J \right) [1 + (-1)^{J_a+J_b+J_c+J_d}] + B_f [2T(T+1) - 3] \delta_{ab} \delta_{cd} \end{aligned} \quad (24)$$

j_a, j_b : عزمي النيوكلونات اللذين يتبادلان التأثير الأول والثاني على الترتيب في السوية الابتدائية (قبل التفاعل)، j_a, j_b : عزمي النيوكلونات اللذين تبادلوا التأثير الأول والثاني على الترتيب في السوية النهائية (بعد التفاعل). في حال كون التشكيلة نقية ($j_a = j_a, j_b = j_b$) تأخذ المعادلة (24) الشكل التالي:

$$\langle j_a j_b, IT | V_{int} | j_a j_b, IT \rangle_{JT} = -A_i \frac{(2j_a+1)(2j_b+1)}{2(2J+1)(1+\delta_{ab})} \left[\left(j_a \frac{1}{2} j_b - \frac{1}{2} |J0\rangle \right)^2 [1 - (-1)^{j_a+j_b+J}] + \left[\left(j_b \frac{1}{2} j_a - \frac{1}{2} |J1\rangle \right)^2 [1 + (-1)^J] \right] + B_i [2T(T+1) - 3] \right] \quad (25)$$

5. الحسابات:

تمتلك نواة $^{12}\text{C}\alpha$ نيوكلوني تكافؤ هما نيوترونين يقعان على السوية $0j_{7/2}$ خارج القلب المغلق $^{10}\text{C}\alpha_{7/2}$ وعليه يكون للعزم الزاوي الكلي القيم المسموحة والنوعية التالية:

$$J^{\pi} = 0^+, 2^+, 4^+, 6^+$$

حيث حدد العزم الكلي لهذه النواة من العلاقة (18) وُحدت النوعية من العلاقة التالية:

$$\pi = \prod_{i=1}^n (-1)^{l_i} = (-1)^{\sum l_i} \quad (26)$$

بدايةً نحدد التشكيلات النيوكلونية المسموحة لكل قيمة من قيم لعزم الزاوي الكلي (الحموشي و الهلامي، 2013) وهي مُبيّنة في العمود الثالث من الجدول [I]، وتأخذ قيم طاقة سويات الجسيم المفرد التالية والمحددة بشكل تجريبي كما يلي (GRAWE, 2004):

$$\varepsilon_{0j_{7/2}} = -8.36 \text{ MeV}, \varepsilon_{1j_{7/2}} = -6.42 \text{ MeV}, \varepsilon_{1j_{5/2}} = -4.42 \text{ MeV}, \varepsilon_{0j_{5/2}} = -2.65 \text{ MeV}$$

استخدم الرمز ν يُشير للنيوترون.

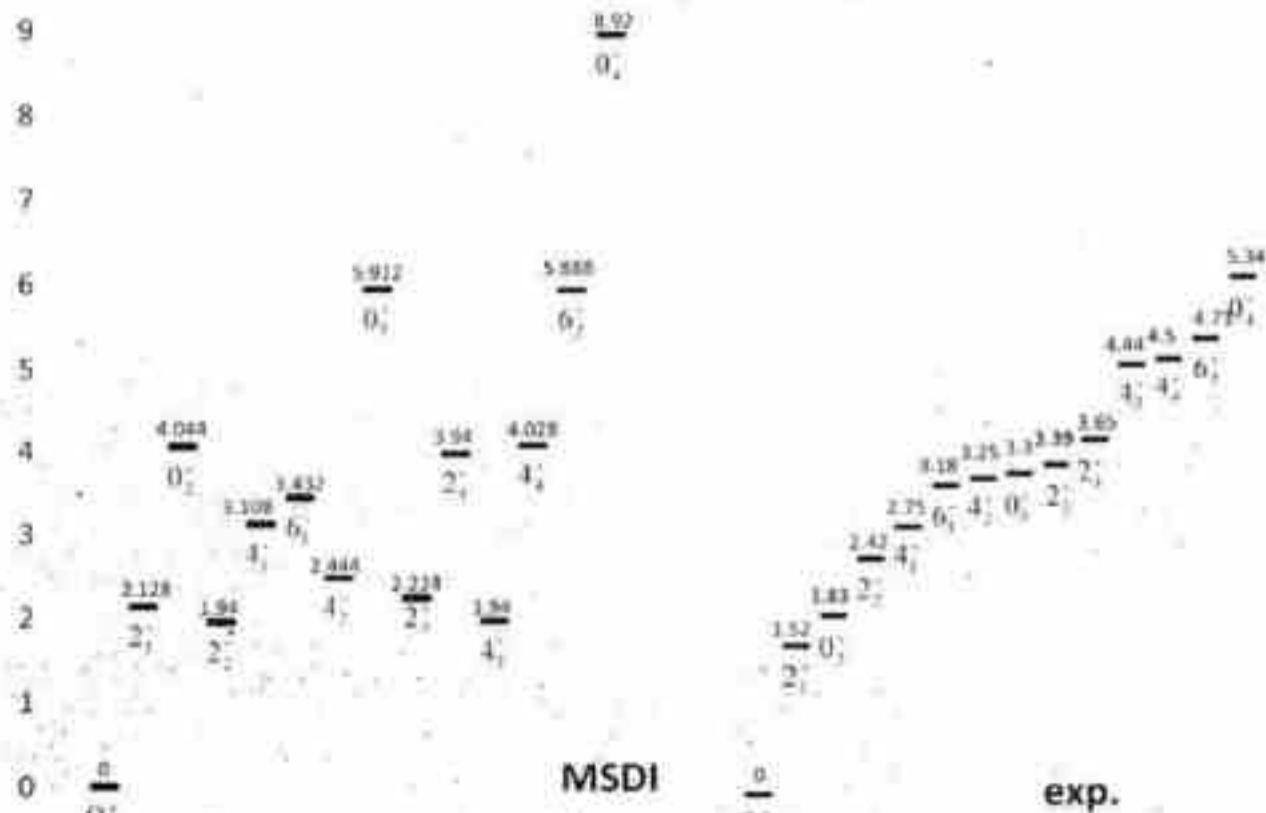
ولحساب عناصر مصفوفة الكمون المتبقّي $H_{ii}^{(1)}$ سنستخدم كمون MSDI المعطى بالعلاقة (24) حيث أخذنا للثابتين A_i و B_i القيم التي تمّ تحديدها بطريقة "مطابقة أصغر المربعات" للسويات الطاقية (ثمانى سويات أساسية وعشرين سوية إثارة) لثمانى نظائر كالسيوم ($^{40}\text{Ca} \rightarrow ^{40}\text{Ca}$) ضمن التشكيلات النيوكلونية $(j_a j_b)^{\pi} (p_a p_b)^{\pi}$. تُشير n, m لعدد النيوكلونات في السويتين على التوالي. فكانت قيم هذين الثابتين على النحو (GLAUDEMANS, 1967): $A_i = 0.6 \text{ MeV}$, $B_i = 0.2 \text{ MeV}$ ، وسنعتبر هذين الثابتين مستقلين عن السويات؛ أي لا تتغير قيمتهما بتغير السوية.

بتعويض قيم طاقة سويات الجسيم المفرد المذكورة سابقاً مع قيم عناصر مصفوفة التفاعل المتبقّي في المعادلة (15) نحصل على عناصر مصفوفة الهاملتوني الكلي، وبتعويض قيم هذه العناصر المحسوبة في مصفوفة الهاملتوني الكلي المُعطاة بالطرف الأيسر من المعادلة المصفوفية (17) نحصل على مصفوفة العناصر الكلية \hat{H} ، وبتقطير هذه المصفوفة نحصل على قيم السويات الطاقية الموافقة لقيمة

العزم الزاوي المُحدد وعددها يساوي N ، والتي يُعبر عنها على النحو $E(J_i^2, i=1 \dots N)$. نُحَدِّد في العمود الثاني من الجدول [I] قيم الطاقة $E(J_i^2)$ لكل قيمة من قيم العزم الزاوي الكلي J_i^2 مرتبة وفقاً لتناقص قيم سويات الطاقة، حيث اعتبرنا: $E_i = E(Cab) - E(C)$ وذلك لأن القلب المُعلق يظهر كثابت أثناء الحسابات حيث يشير الرمز C للقلب المُعلق. ويتعويض قيم هذه الطاقات كل على حدا في المعادلة المصفوقية (17) يتشكل لدينا N معادلة ل N مُعامل لكل قيمة من قيم الطاقة، وبحل هذه المعادلات نحصل على قيم المُعاملات $a_k, k=1 \dots N$ التي تُمثل الجذر التربيعي لاحتمال وجود النواة في كل تشكيلة من التشكيلات النيوكلونية الموافقة. واعتماداً على المعادلة (13) نحصل على التوابيع الذاتية المُعبّرة عن كل حالة من حالات النواة. وبأخذ السويات الطاقية التي حُسبت سابقاً بالنسبة لكل سوية دنيا (سوية أساسية) لكل قيمة من قيم العزم الزاوي الكلي نحصل على قيم سويات الطاقة النهائية (قيم طاقات الإثارة) والتي تُظهر في العمود الثاني من الجدول (II). ثم قارنا القيم المحسوبة نظرياً باستخدام كمون MSDI مع القيم المُشاهدة تجريبياً بالشكل:

$$\Delta E = |E_{theor} - E_{exp}| \quad (27)$$

E_{theor} : قيم السويات الطاقية المحسوبة باستخدام كمون MSDI، E_{exp} : القيم المُشاهدة تجريبياً. وتظهر الفرق بين القيم النظرية المحسوبة والقيم المُشاهدة تجريبياً في العمود الرابع من الجدول (II) مرتبة وفقاً لتزايد قيم طاقات الإثارة المُشاهدة تجريبياً (ALI, 2010). كما ويُظهر الشكل (I) قيم طاقات الإثارة المحسوبة نظرياً باستخدام كمون MSDI مُقارنة مع القيم المُشاهدة تجريبياً.



الشكل (I): الطيف الطاقى الكامل لقيم طاقات الإثارة المحسوبة نظرياً بواسطة كمون MSDI (على اليسار) مُقارنة بقيم طاقات الإثارة المُشاهدة تجريبياً لنواة ^{42}Ca (على اليمين) بوحدة Mev، كما وتُظهر قيم العزم الزاوي الكلي والنوعيّة الموافقة لكل من هذه القيم.

الجدول (1): قيم سويات الطاقة لنواة $^{42}_{20}\text{Ca}$ باستخدام كمون MSDI تبعاً لقيم العزم الزاوي الكلي

J^π	قيم سويات الطاقة MeV	التابع الموجي في حال خلط التشكيلات لكل قيمة من قيم العزم الزاوي الكلي المسموحة $ \Psi\rangle = a_1 \Phi_1\rangle + a_2 \Phi_2\rangle + a_3 \Phi_3\rangle + \dots$; $ \Phi\rangle = l_1 l_2 J^\pi\rangle$
0_4^+	-6.183	$ \Psi\rangle = 0.115 \left \frac{7}{2} \frac{7}{2} 0_4^+ \right\rangle + 0.131 \left \frac{3}{2} \frac{3}{2} 0_4^+ \right\rangle - 0.984 \left \frac{5}{2} \frac{5}{2} 0_4^+ \right\rangle + 0.243 \left \frac{1}{2} \frac{1}{2} 0_4^+ \right\rangle$
0_3^+	-9.131	$ \Psi\rangle = -0.127 \left \frac{7}{2} \frac{7}{2} 0_3^+ \right\rangle - 0.189 \left \frac{3}{2} \frac{3}{2} 0_3^+ \right\rangle - 0.201 \left \frac{5}{2} \frac{5}{2} 0_3^+ \right\rangle + 0.953 \left \frac{1}{2} \frac{1}{2} 0_3^+ \right\rangle$
4_4^+	-11.075	$ \Psi\rangle = 0.044 \left \frac{7}{2} \frac{7}{2} 4_4^+ \right\rangle - 0.080 \left \frac{7}{2} \frac{3}{2} 4_4^+ \right\rangle + 0.955 \left \frac{7}{2} \frac{5}{2} 4_4^+ \right\rangle + 0.220 \left \frac{7}{2} \frac{1}{2} 4_4^+ \right\rangle$ $0.1703 \left \frac{5}{2} \frac{3}{2} 4_4^+ \right\rangle - 0.031 \left \frac{5}{2} \frac{5}{2} 4_4^+ \right\rangle$
2_4^+	-11.163	$ \Psi\rangle = 0.079 \left \frac{7}{2} \frac{7}{2} 2_4^+ \right\rangle - 0.182 \left \frac{7}{2} \frac{3}{2} 2_4^+ \right\rangle + 0.580 \left \frac{7}{2} \frac{5}{2} 2_4^+ \right\rangle + 0.186 \left \frac{3}{2} \frac{3}{2} 2_4^+ \right\rangle$ $+ 0.743 \left \frac{3}{2} \frac{1}{2} 2_4^+ \right\rangle + 0.114 \left \frac{5}{2} \frac{3}{2} 2_4^+ \right\rangle - 0.059 \left \frac{5}{2} \frac{5}{2} 2_4^+ \right\rangle + 0.111 \left \frac{5}{2} \frac{1}{2} 2_4^+ \right\rangle$
6_4^+	-11.625	$ \Psi\rangle = +0.068 \left \frac{7}{2} \frac{7}{2} 6_4^+ \right\rangle - 0.997 \left \frac{7}{2} \frac{5}{2} 6_4^+ \right\rangle$
2_3^+	-12.819	$ \Psi\rangle = -0.072 \left \frac{7}{2} \frac{7}{2} 2_3^+ \right\rangle + 0.222 \left \frac{7}{2} \frac{3}{2} 2_3^+ \right\rangle - 0.065 \left \frac{7}{2} \frac{5}{2} 2_3^+ \right\rangle + 0.961 \left \frac{3}{2} \frac{3}{2} 2_3^+ \right\rangle$ $- 0.112 \left \frac{3}{2} \frac{1}{2} 2_3^+ \right\rangle - 0.040 \left \frac{5}{2} \frac{3}{2} 2_3^+ \right\rangle - 0.029 \left \frac{5}{2} \frac{5}{2} 2_3^+ \right\rangle - 0.050 \left \frac{5}{2} \frac{1}{2} 2_3^+ \right\rangle$
4_3^+	-13.103	$ \Psi\rangle = 0.103 \left \frac{7}{2} \frac{7}{2} 4_3^+ \right\rangle + 0.278 \left \frac{7}{2} \frac{3}{2} 4_3^+ \right\rangle + 0.162 \left \frac{7}{2} \frac{5}{2} 4_3^+ \right\rangle - 0.931 \left \frac{7}{2} \frac{1}{2} 4_3^+ \right\rangle$ $0.130 \left \frac{5}{2} \frac{3}{2} 4_3^+ \right\rangle - 0.034 \left \frac{5}{2} \frac{5}{2} 4_3^+ \right\rangle$
0_2^+	-13.469	$ \Psi\rangle = -0.354 \left \frac{7}{2} \frac{7}{2} 0_2^+ \right\rangle + 0.923 \left \frac{3}{2} \frac{3}{2} 0_2^+ \right\rangle - 0.112 \left \frac{5}{2} \frac{5}{2} 0_2^+ \right\rangle - 0.112 \left \frac{1}{2} \frac{1}{2} 0_2^+ \right\rangle$
4_2^+	-15.069	$ \Psi\rangle = -0.269 \left \frac{7}{2} \frac{7}{2} 4_2^+ \right\rangle + 0.928 \left \frac{7}{2} \frac{3}{2} 4_2^+ \right\rangle - 0.096 \left \frac{7}{2} \frac{5}{2} 4_2^+ \right\rangle - 0.216 \left \frac{7}{2} \frac{1}{2} 4_2^+ \right\rangle$ $- 0.098 \left \frac{5}{2} \frac{3}{2} 4_2^+ \right\rangle + 0.031 \left \frac{5}{2} \frac{5}{2} 4_2^+ \right\rangle$
2_2^+	-15.573	$ \Psi\rangle = -0.570 \left \frac{7}{2} \frac{7}{2} 2_2^+ \right\rangle - 0.794 \left \frac{7}{2} \frac{3}{2} 2_2^+ \right\rangle - 0.055 \left \frac{7}{2} \frac{5}{2} 2_2^+ \right\rangle + 0.119 \left \frac{3}{2} \frac{3}{2} 2_2^+ \right\rangle$ $- 0.100 \left \frac{3}{2} \frac{1}{2} 2_2^+ \right\rangle - 0.048 \left \frac{5}{2} \frac{3}{2} 2_2^+ \right\rangle + 0.044 \left \frac{5}{2} \frac{5}{2} 2_2^+ \right\rangle - 0.069 \left \frac{5}{2} \frac{1}{2} 2_2^+ \right\rangle$
6_2^+	-16.683	$ \Psi\rangle = -0.997 \left \frac{7}{2} \frac{7}{2} 6_2^+ \right\rangle + 0.068 \left \frac{7}{2} \frac{5}{2} 6_2^+ \right\rangle$
4_1^+	-17.008	$ \Psi\rangle = 0.950 \left \frac{7}{2} \frac{7}{2} 4_1^+ \right\rangle + 0.224 \left \frac{7}{2} \frac{3}{2} 4_1^+ \right\rangle - 0.079 \left \frac{7}{2} \frac{5}{2} 4_1^+ \right\rangle + 0.145 \left \frac{7}{2} \frac{1}{2} 4_1^+ \right\rangle$ $- 0.089 \left \frac{5}{2} \frac{3}{2} 4_1^+ \right\rangle + 0.031 \left \frac{5}{2} \frac{5}{2} 4_1^+ \right\rangle$
2_1^+	-17.988	$ \Psi\rangle = 0.812 \left \frac{7}{2} \frac{7}{2} 2_1^+ \right\rangle - 0.514 \left \frac{7}{2} \frac{3}{2} 2_1^+ \right\rangle - 0.081 \left \frac{7}{2} \frac{5}{2} 2_1^+ \right\rangle + 0.144 \left \frac{3}{2} \frac{3}{2} 2_1^+ \right\rangle$ $- 0.140 \left \frac{3}{2} \frac{1}{2} 2_1^+ \right\rangle - 0.078 \left \frac{5}{2} \frac{3}{2} 2_1^+ \right\rangle + 0.078 \left \frac{5}{2} \frac{5}{2} 2_1^+ \right\rangle - 0.120 \left \frac{5}{2} \frac{1}{2} 2_1^+ \right\rangle$
0_1^+	-20.116	$ \Psi\rangle = 0.919 \left \frac{7}{2} \frac{7}{2} 0_1^+ \right\rangle + 0.313 \left \frac{3}{2} \frac{3}{2} 0_1^+ \right\rangle + 0.1907 \left \frac{5}{2} \frac{5}{2} 0_1^+ \right\rangle + 0.144 \left \frac{1}{2} \frac{1}{2} 0_1^+ \right\rangle$

الجدول (II): قيم طاقات الإثارة لنواة ^{42}Ca باستخدام كمون MSDI تبعاً لقيم العزم الزاوي الكلي

J^{π}	$E_{th\text{eor.}}$ (MeV)	E_{exp} (MeV)	ΔE (MeV)
0_1^+	0.00	0.00	0.00
2_1^+	2.128	1.520	0.608
0_2^+	4.044	1.830	2.214
2_2^+	1.940	2.420	0.480
4_1^+	3.108	2.750	0.358
6_1^+	3.432	3.180	0.252
4_2^+	2.444	3.250	0.806
0_3^+	5.912	3.300	2.612
2_3^+	2.224	3.390	1.166
2_4^+	3.940	3.650	0.290
4_3^+	1.940	4.440	2.500
4_4^+	4.028	4.500	0.472
6_2^+	5.888	4.710	1.178
0_4^+	8.920	5.340	3.58

6. النتائج والتوصيات:

اعتماداً على النموذج الطبقي المطور وباستخدام كمون MSDI، حسبنا الطيف الطاقي الكامل للسويات الطاقية وبالتالي جميع قيم طاقات الإثارة لنواة ^{42}Ca ولاحظنا التالي:

تقريباً بين القيم المحسوبة نظرياً كافة والقيم المشاهدة تجريبياً، فكان التقارب 1.180 MeV ، وذلك من العمود الرابع في الجدول (II)، مما يعني بأن النواة لا تستقر في تشكيلة نيوكلونية واحدة بل هنالك أكثر من تشكيلة نيوكلونية تساهم في بناء حالة محددة للنواة. إن الاحتمال الأكبر لإيجاد هذه النواة في أي من التشكيلات النيوكلونية المتاحة لكل قيمة من قيم العزم الزاوي الكلي أتت من التشكيلة النيوكلونية الأدنى وهي التشكيلة النقية $\left\{ \begin{matrix} 77 \\ 22 \end{matrix} \right\}$ الموافقة لتشكيلة النموذج الطبقي البسيط، وذلك في حال سويات الإثارة الأولى وهذا ما وجدناه في دراسة سابقة (الحلموسي و الهلامي، 2011)، في حين يكون الاحتمال الأكبر لإيجاد هذه النواة في أي من التشكيلات النيوكلونية في حال سويات الإثارة الأخرى أتت من تشكيلات نيوكلونية أخرى تظهر في العمود الثالث من الجدول (I).

كما وتؤكد الحسابات على نجاح كمون MSDI كفاعل متبقي بين نيوكلونات التكافؤ في حال كون عدد نيوكلونات التكافؤ محدود ، مما يعني بأن النموذج التطبيقي باستخدام هذا الكمون ما زال واحداً من أفضل النماذج النووية لإجراء حسابات من هذا النوع.

نعتمد بأن توسيع فضاء التشكيلات النيوكلونية عن طريق إدخال سويات أعلى تعطي تشكيلات نيوكلونية أخرى تساهم في زيادة التقارب مع القيم التجريبية، كما وتعتقد بأن أخذ التصحيح الناتج عن إثارة القلب المغلق وذلك عن طريق السماح بإثارة أكثر من جسيم من القلب المغلق إلى خارجه تُعطي تقارباً أكبر أيضاً عند المقارنة مع القيم التجريبية، وخصوصاً السويات الممثلة بقيم العزم والنوعية البالية 0_1^+ و 4_1^+ والتي يبدو أن تأثير إثارة القلب المغلق لها دور كبير فيها.

المراجع الاجنبية

- 1)-ALI, H., et al., 2010-PARTICLE-PARTICLE AND HOLE-HOLE RANDOM PHASE APPROXIMATION CALCULATIONS FOR ^{42}Ca AND ^{38}Ca NUCLEI. *ACTA PHYSICA POLONICA B*, (41) 6, 1327-1338.
- 2)-GLAUDEMANS, P., 1972-Shell-Model Calculations on The Nickel Isotopes. *Nuclear Physics*, (198) 609- 624.
- 3)-GLAUDEMANS, P., 1967-Tow Body Matrix Elements From a Modified Surface Delta Interaction. *Nuclear Physics A*, (102) 3, 593-601.
- 4)-GRAWE, H., 2004-Shell Model From a Practitioner's Point of View. *Springer-Verlag Berlin Heidelberg* (651) Lect. Notes Phys, 33-75.
- 5)-JASIELSKA, A., And WKIELCE, S., 1976-Application of Shell Model with Modified Surface Delta Interaction to $^{42}_{20}\text{Ca}$ And $^{42}_{21}\text{Sc}$ Nuclei. *Acta Physica Poloneca*, (7) 2, 133-140.
- 6)-MAJEED, F., 2006 -Shell Model Study Of Even-Even $^{172-176}\text{Te}$ Neutron -Rich Nuclei. *ACTA Physics Polonica, B*, (37) 10, 2851-2857.
- 7)-MESSIAH, A., 1999-Quantum Mechanics. Dover Publications, 12th ed, New York, 1152 Pages.

8)-ORMAND, W., 1997-Shell-Model Studies Of Nuclei At The Proton Drip-Line. *ACTA Physics Polonica, B*, (28) 1, 87-90.

9)-SILVEIRIA, M. et al., 2005-In-Beam Gamma Ray Spectroscopy of ^{56}Co . *Brazilian Journal of Physics*, (35) 3b, 821-823.

10)-SUHONEN J., 2005- **From Nucleons to Nucleus**. Springer, 1st ed, New York, 645 Pages.

المراجع العربية

١)- الحلموشي فاطمة و الهلامي نورس، 2011 – حساب السويات الطاقية للنواتين $^{42}_{20}\text{Ca}$, $^{50}_{22}\text{Ti}$. مجلة جامعة البحث، سلسلة العلوم الأساسية، قيد النشر.

٢)- الحلموشي فاطمة و الهلامي نورس، 2013 – سويات الإثارة واحتمال الانتقالات الكهروطيسية للنواة $^{42}_{21}\text{Sc}$ محسوبة باستخدام النموذج الطبقي وكمون MSDI. مجلة مونة للبحوث والدراسات، سلسلة العلوم الطبيعية والتطبيقية، المجلد الثامن والعشرون، العدد الثالث، 11-32.

CALCULATION FULL ENERGY SPECTRUM OF THE NUCLEUS $^{42}_{20}\text{Ca}$ BY USING MODIFIED SURFACE DELTA INTERACTION

Abstract:

In this study, the full energy spectrum for Calcium $^{42}_{20}\text{Ca}$ which has two valance nucleons occupy the level $0f_{7/2}$ outside the inert core $^{40}_{20}\text{Ca}_{20}$, we have been calculated by using Realistic Shell Model in state of configuration mixing with Modified Surface Delta Interaction (MSDI) as a residual interaction between two valance nucleons.

In this present study, after comparison between theoretical calculations for excitation energy with the experimental values, we found good agreement.

Keywords: naive shell model, realistic shell model, residual interaction, pure configuration, configuration mixing.