# تحليل الاستقرار في طرائق التكامل العددي في التحليل الديناميكي للإطارات باستخدام نمذجة العناصر المحدودة

عمار كعدان*، نوار كعدان**، ريم خرتش***

* قسم الهندسة الإنشائية، كلية الهندسة المدنية، جامعة حلب

** قسم الهندسة الجيوتكنيكية، كلية الهندسة المدنية، جامعة حلب

*** طالبة دراسات عليا (دكتوراه)

**الملخص**

تمّ في هذا البحث تحليل معيار الاستقرار من أجل ثلاثة طرائق للتكامل العددي وهي الفروقات المتوسطة، ومجموعة طرائق $Newmark-\beta$، وطريقة Houbolt حيث تم تصنيف هذه الطرائق بين الطرائق المستقرة لا شرطياً، وبين الطرائق المستقرة شرطياً فقط عندما تكون الخطوة الزمنية لتحليل السجل الزمني أقل من قيمة معينة تم تحديدها في هذا التحليل. تمّ إجراء تحليل الاستقرار باعتماد علاقات رياضية تم استنتاجها وبرمجتها في هذا البحث ضمن كودات برمجية أعدت لهذا الغرض هي ST-CD، ST-N، ST-H وذلك باستخدام اللغة البرمجية في البرنامج الرياضي المتطور MatLab 7.8 R2009a.

تمّ أيضاً إعداد كود برمجي باسم DEFM باستخدامMatLab 7.8 R2009a لإجراء التحليل ديناميكي للاطارات المستوية باستخدام الطرائق الثلاث السابقة حيث يعتمد هذا الكود على إجراء نمذجة للعناصر الإطارية باستخدام طريقة العناصر المحدودة FEM. تمّ تطبيق هزة Izmit 1999 التركية نظراً لقرب موقع حدوثها من منطقتنا على مثال لمنشأ إطاري 2D باعتماد عدة خطوات زمنية للحصول على الدقة والاستقرار المطلوبين من أجل طرائق التكامل العددي وذلك بدون إدخال أثر التخامد ثم بإدخال أثر التخامد، وتمت مناقشة النتائج وكانت مقبولة.

كلمات مفتاحية: التحليل الديناميكي، العناصر المحدودة، طرائق التكامل العددي، تحليل الاستقرار

ورد البحث للمجلة بتاريخ 4 /2010/5

## 1. المقدمة

تعتبر طرائق التكامل العددي أو التحليل خطوة بخطوة Step –by -Step Procedure مناسبة لإيجاد الاستجابة الزلزالية. يوجد العديد من هذه الطرائق ولكن في كل منها يتم تقسيم زمن تطبيق الحمولة إلى سلسلة من الفترات الزمنية تسمى بالخطوات الزمنية Time steps تحسب الاستجابة خلال كل خطوة من شروط البدء لهذه الخطوة وهي الانتقال والسرعة حيث يُقسم الزمن الكلّي للحمولة (Loading Time History) إلى خطوات زمنية بمقدار $\Delta t$ .

تصنّف الطرائق بين طرائق صريحة Explicit وطرائق ضمنية Implicit، حيث تعرّف الطرائق الصريحة Explicit بأن مجاهيل الاستجابة $u_{i+1}, \dot{u}_{i+1}, \ddot{u}_{i+1}$ في كل خطوة زمنية تحسب بالاعتماد على معادلة الحركة في الخطوة السابقة (في الزمن t ) بالاعتماد على قيم معلومة $u_i, \dot{u}_i, \ddot{u}_i$ باعتبارها شروط بدائية Initial conditions. وتعرّف الطرائق الضمنية Implicit بأنها تستخدم معادلة الحركة في الزمن $t + \Delta t$ من أجل إيجاد المجاهيل $u_{i+1}, \dot{u}_{i+1}, \ddot{u}_{i+1}$ في كل خطوة زمنية، مرجع رقم [5].

العامل الأولي الذي يعتمد عليه في اختيار طريقة التكامل العددي المناسبة هو الكفاءة Efficiency والتي تمثّل الجهد الحسابي المطلوب للحصول على مستوى دقّة واستقرار مقبولين ضمن المجال الزمني المدروس.

## 2. أهمية البحث وأهدافه

إن التحليل الديناميكي باستخدام نمذجة العناصر المحدودة ذو أهمية كبيرة في التحليل الزلزالي نظراً لأنه يعطي صورة واضحة عن سلوك المنشأ خلال الهزة الأرضية، وإن طرائق التكامل العددي المستخدمة في هذا الصدد تحتاج إلى تقييم من حيث الاستقرار والدقة من أجل تحديد الخطوة الزمنية الكافية لتحقيق هذين المعيارين. تم في هذا البحث إعداد كودات برمجية لتحديد معيار الاستقرار من أجل كل طريقة من طرائق التكامل العددي بشكل مستقل، ثم إعداد كود برمجي يقوم بتحليل الإطارات المستوية باستخدام طرائق التكامل العددي ومعرفة معيار الدقة الخاص بها.

## 3. طريقة البحث

سيتم عرض أنواع الأخطاء المتوقعة في طرق التكامل العددي في التحليل الديناميكي، ثم سيتم عرض طرق التكامل العددي المدروسة في هذا البحث وهي مصنفة بين طرق صريحة وضمنية.

### 3-1 أنواع الأخطاء المتوقعة في طرائق التكامل العددي:

أ- عدم الاستقرار Instability: ينتج عن تضخيم خطأ التدوير بين خطوة وأخرى، يتم تحسين استقرار الطريقة بإنقاص الخطوة الزمنية.

ب- الدقة Accuracy : عندما تكون الأخطاء الحسابية خارج الحدود المقبولة.

تظهر الأخطاء من أي نوع بالمظاهر التالية:

أ- انزياح طور Phase Shift: تغير واضح في النتائج الدورية.

ب- تخامد أو تضخيم صناعي: حيث يتم إنقاص أو زيادة الانتقال الأعظمي عن القيم الصحيحة، مرجع رقم [3].

تقسم طرائق التكامل العددي هذه إلى طرائق مستقرة شرطياً Conditionally Stable وطرائق مستقرة لا شرطياً Unconditionally Stable، مرجع رقم [2]. مستقرة لا شرطياً تعني أنه لا يتطور أثناء التكامل أي خطأ ناتج عن تدوير الأرقام في حساب الانتقال والسرعة والتسارع من خطوة إلى أخرى، وذلك مهما كانت النسبة $\frac{\Delta t}{T}$ كبيرة. بينما تعني المستقرة شرطياً أن الحل لا يتضخم بسبب تدوير الأرقام من أجل نسبة $\frac{\Delta t}{T_n}$ أقل من قيمة معينة تسمى حدّ الاستقرار Stability Limit .

### 3-2 التحليل باستخدام الطرائق الصريحة Explicit:

#### 3-2-1 طريقة الفروقات المركزية الثانية Second Central Difference

من أجل صياغة التكامل العددي بطريقة خطوة بخطوة يتم حساب السرعة البدائية والتسارع البدائي في بداية الخطوة بطريقة الفروقات المحدودة وذلك باعتماد طريقة الفروقات المركزية الثانية لإيجاد التسارع. يبين الجدول (1) خوارزمية هذه الطريقة:

جدول (1): خوارزمية طريقة الفروقات المركزية الثانية في المسائل متعددة درجات الحرية.

| |
|---|
| 1- الحسابات الأولية: |
| أ- تشكيل مصفوفات الصلابة K، الكتلة M، التخامد C.<br>ب- تحديد أشعة شروط البدء $u_0, \dot{u}_0, \ddot{u}_0$. |
| 2- الحل من أجل كل خطوة زمنية: $t = \Delta t, 2\Delta t, 3\Delta t$ - - - |
| • إيجاد شعاع الإنتقالات العقدي في اللحظة t: مرجع رقم [3].<br>$u_t = u_{t-\Delta t} + \Delta t \dot{u}_{t-\Delta t} + \frac{\Delta t^2}{2M}\left(P_{t-\Delta t} - C\dot{u}_{t-\Delta t} - Ku_{t-\Delta t}\right)$<br>• حساب شعاع السرعة العقدية في اللحظة t:<br>$\dot{u}_t = \frac{2(u_t - u_{t-\Delta t})}{\Delta t} - \dot{u}_{t-\Delta t}$<br>• العودة إلى الخطوة الأولى من المرحلة 2 من أجل $t = t + \Delta t$ |

### 3-3 التحليل باستخدام الطرائق الضمنية Implicit:

#### 3-3-1 مجموعة طرائق $Newmark - \beta$ :

تشمل مجموعة Newmark عدة طرائق في نفس مجموعة المعادلات بحسب التسارع المستخدم وذلك بتغيير المتحول $\beta$، من هذه الطرائق ما هو مستقر لا شرطياً ومنها ما هو مستقر شرطياً، مرجع رقم [11].

يفند الثابت الطريقة إلى الطرائق التالية:

1) $\beta = 0$ طريقة التسارع الثابت Constant Acceleration Method.
2) $\beta = 1/4$ طريقة متوسط التسارع Average Acceleration Method.
3) $\beta = 1/6$ طريقة التسارع الخطي Linear Acceleration Method.

يوضح الجدول (2) خوارزمية طريقة $Newmark - \beta$ :

جدول (2): خوارزمية طريقة $Newmark - \beta$.

| |
|---|
| 1- الحسابات الأولية: |
| • تشكيل مصفوفات الصلابة K، الكتلة M، التخامد C.<br>• تحديد متحولات التكامل $\beta, \gamma$.<br>• حساب ثوابت التكامل: |

$$h_1=\frac{1}{\beta\Delta t^2} \qquad h_2=\frac{1}{\beta\Delta t} \qquad h_3=\left(\frac{1}{2\beta}-1\right)$$

$$h_4=\gamma\Delta t h_1 \qquad h_5=\left(1-\gamma\Delta t h_2\right) \qquad h_6=\Delta t\left(1-\gamma-\gamma h_3\right)$$

- تشكيل مصفوفة الصلابة المكافئة: $\overline{K}=K+h_1M+h_4C$ .
- التحليل المثلثي لمصفوفة الصلابة المكافئة: $\overline{K}=LDL^t$ .
- تحديد شروط البدء $u_0,\dot{u}_0,\ddot{u}_0$ .

2- الحل من أجل كل خطوة زمنية: $t=\Delta t,2\Delta t,3\Delta t---$

- حساب مصفوفة الحمولة المكافئة:

$$\overline{F}_t=P_t+M\left(h_1u_{t-\Delta t}+h_2\dot{u}_{t-\Delta t}+h_3\ddot{u}_{t-\Delta t}\right)$$
$$+C\left(h_4u_{t-\Delta t}-h_5\dot{u}_{t-\Delta t}-h_6\ddot{u}_{t-\Delta t}\right)$$

- إيجاد شعاع الانتقالات العقدية في اللحظة t:

$$LDL^t=\overline{F}_t$$

- حساب السرعات والتسارعات العقدية في اللحظة t:

$$\ddot{u}_t=h_1\left(u_t-u_{t-\Delta t}\right)-h_2\dot{u}_{t-\Delta t}-h_3\ddot{u}_{t-\Delta t}$$

$$\dot{u}_t=h_4\left(u_t-u_{t-\Delta t}\right)+h_5\dot{u}_{t-\Delta t}+h_6\ddot{u}_{t-\Delta t}$$

- العودة إلى الخطوة الأولى من المرحلة 2 من أجل $t=t+\Delta t$

### 2-3-3 طريقة *Houbolt* :

يتم تقدير السرعة والتسارع بدلالة الانتقال باستخدام الفروقات المحدودة، وهي معادلات فروقات محدودة خطوتين إلى الوراء. يبين الجدول (3) خوارزمية طريقة *Houbolt* :

جدول (3): خوارزمية طريقة *Houbolt* .

1- الحسابات الأولية:

- تشكيل مصفوفات الصلابة K، الكتلة M، التخامد C.
- حساب ثوابت التكامل:

$$a_0=\frac{2}{\Delta t^2} \qquad a_1=\frac{11}{6\Delta t} \qquad a_2=\frac{5}{\Delta t^2}$$

$$a_3=\frac{3}{\Delta t} \qquad a_4=-2a_0 \qquad a_5=-\frac{a_3}{3} \qquad a_6=\frac{a_0}{2} \qquad a_7=\frac{a_3}{9}$$

- تشكيل مصفوفة الصلابة المكافئة: $\overline{K} = K + a_0 M + a_1 C$.
- التحليل المثلثي لمصفوفة الصلابة المكافئة: $\overline{K} = LDL^T$.
- تحديد شروط البدء $u_0, \dot{u}_0, \ddot{u}_0$.
- حساب $u_1, u_2$.

2- الحل من أجل كل خطوة زمنية: $t = \Delta t, 2\Delta t, 3\Delta t - - -$

- حساب مصفوفة الحمولة المكافئة:

$$\overline{F_i} = P_i + M\left(a_2 u_{i-\Delta t} + a_4 u_{i-2\Delta t} + a_6 u_{i-3\Delta t}\right)$$
$$+ C\left(a_3 u_{i-\Delta t} + a_5 u_{i-2\Delta t} + a_7 u_{i-3\Delta t}\right)$$

- إيجاد شعاع الانتقالات العقدية في اللحظة t:

$$LDL^T = \overline{F_i}$$

- حساب السرعات والتسارعات العقدية في اللحظة t:

$$\ddot{u}_i = \left(a_0 u_i - a_2 u_{i-\Delta t} - a_4 u_{i-2\Delta t} - a_6 u_{i-3\Delta t}\right)$$
$$\dot{u}_i = \left(a_1 u_i - a_3 u_{i-\Delta t} - a_5 u_{i-2\Delta t} - a_7 u_{i-3\Delta t}\right)$$

- العودة إلى الخطوة الأولى من المرحلة 2 من أجل $t = t + \Delta t$

**3-4 دراسة الاستقرار Stability، مرجع رقم [1,10].**

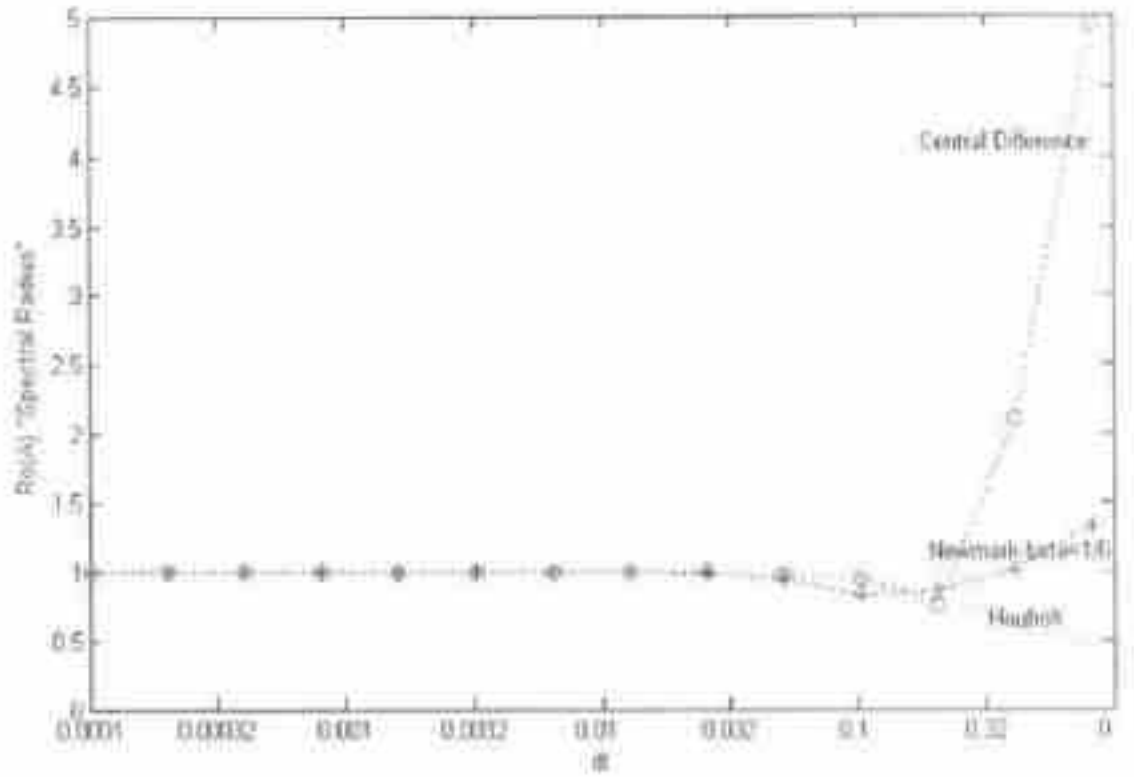
تكتب معادلة الانتقال بالشكل:

$$u_{i+\Delta t} = A \cdot u_i + L \cdot p_{i+\Delta t} \qquad (3-1)$$

تُلخص المسألة بإيجاد نصف القطر الطيفي للمصفوفة A حيث يتحقق استقرار الطريقة عندما يكون نصف القطر الطيفي للمصفوفة Spectral Radius A أصغر من الواحد، وهو القيمة العظمى بين القيم الخاصة لهذه المصفوفة. $\rho(A) = \max|\lambda_i|$ تم إيجاد المصفوفة A من أجل الطرائق الثلاث المذكورة سابقاً باستنتاجات رياضية ثم تم إعداد الكود البرمجي ST-CD من أجل تحليل استقرار طريقة الفروقات المتوسطة، والكود البرمجي ST-N من أجل تحليل استقرار طريقة $Newmark - \beta$ ،والكود البرمجي ST-H من أجل تحليل استقرار طريقة Houbolt وذلك من أجل إيجاد

تغيرات نصف القطر الطيفي لهذه الطرائق مع تغير الخطوة الزمنية باستخدام MatLab 7.8 R2009a، مرجع رقم [7،8].

كانت نتائج نصف القطر الطيفي بالنسبة لتغيرات $\Delta t$ من أجل دور يساوي الواحد ونسبة تخامد 5% مطابقة لما ورد في المرجع رقم [10]، والمرجع رقم [1]، النتائج موضحة في الشكل رقم (1):




الشكل (1): استقرار الطرائق العددية للتحليل الديناميكي.

حيث يُلاحظ أن طريقة Houbolt مستقرة لا شرطياً ونصف القطر الطيفي دائماً أصغر من الواحد، بينما طريقة Newmark من أجل $\beta = 1/6$ (طريقة التسارع الخطي) فهي مستقرة بشرط $\Delta t < \Delta t_{cr} = \sqrt{3}\frac{T_n}{\pi} = 0.551T_n$ وهي النقطة التي أصبح عندها نصف القطر الطيفي أكبر من الواحد، كذلك الأمر فإن طريقة الفروقات المتوسطة مستقرة بشرط $\Delta t \le \Delta t_{cr}$ حيث $\Delta t_{cr} = \frac{T_n}{\pi}$.

يلخص الجدول رقم (4) استقرار الطرائق المذكورة:

جدول (4): استقرار طرائق التكامل العددي للتحليل الديناميكي.

| الطريقة | | الاستقرار | $\Delta t_{cr}$ | النوع |
|---|---|---|---|---|
| الفروقات المتوسطة | | Conditional<br>شرطي | $\Delta t_{cr} = \frac{T_n}{\pi}$ | Explicit<br>صريحة |
| Newmark | $\beta = 0$<br>تسارع ثابت | Unconditional<br>لا شرطي | لا يوجد | Implicit<br>ضمنية |
| | $\beta = 1/4$<br>تسارع<br>متوسط | Unconditional<br>لا شرطي | لا يوجد | Implicit<br>ضمنية |
| | $\beta = 1/6$<br>تسارع خطي | Conditional<br>شرطي | $\Delta t_{cr} = 0.551 T_n$ | Implicit<br>ضمنية |
| Houbolt | | Unconditional<br>لاشرطي | لا يوجد | Implicit<br>ضمنية |

### 3-5 إعداد الكود البرمجي الحاسوبي DFEM:

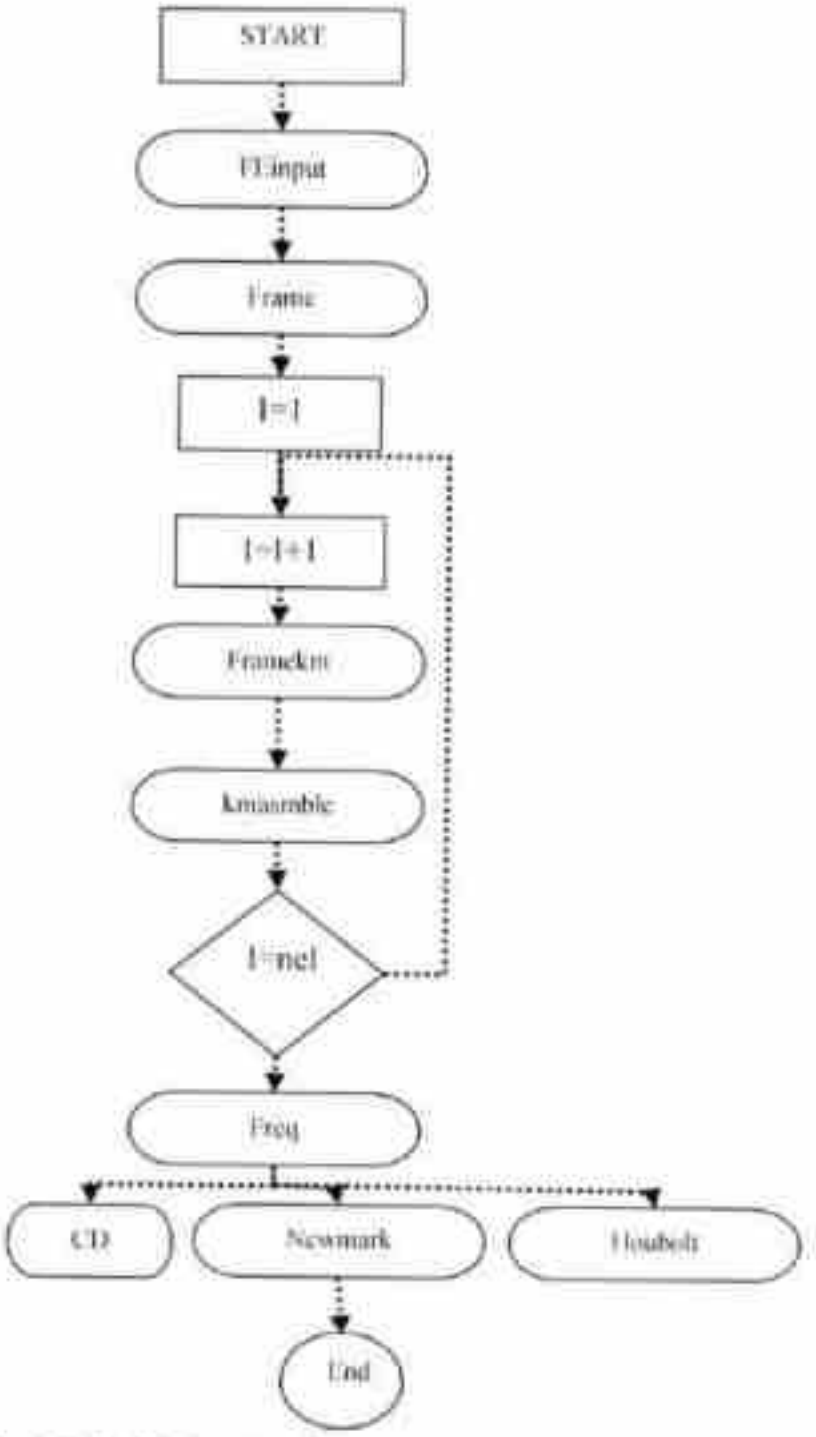
تم إعداد كود برمجي حاسوبي في هذا البحث لإجراء التحليل الديناميكي للإطارات باعتماد طريقة العناصر المحدودة FEM من أجل طرائق التحليل الديناميكي المذكورة سابقاً، وذلك باستخدام البرنامج الرياضي المتطور MatLab7.8، [7.8]. يمثل الشكل (1) المخطط التدفقي للكود البرمجي DFEM.

يتضمن مجموعة من البرامج الجزئية التي تعمل على التسلسل الموضح بالمخطط التدفقي وهي على الترتيب:

أ- البرنامج الجزئي FEinput: يتضمن إدخال معطيات مادة المنشأ الإطاري من عامل يونغ وعامل بواسون، عدد العناصر وارتباطاتها وإحداثيات العقد.

ب- البرنامج الجزئي Frame: يتضمن تشكيل مصفوفتي الصلابة والكتلة الكليتين في جملة الإحداثيات العامة بالاعتماد على البرنامج الجزئي Framekm والبرنامج الجزئي kmasmble ويشكّل كذلك شعاع الحمولة بحسب الهزة المحتملة.

ت- البرنامج الجزئي Framekm: يستدعى في البرنامج الجزئي Frame ويتضمن تشكيل مصفوفتي الصلابة والكتلة العنصريتين لجميع العناصر التي عددها nel في جملة الإحداثيات المحلية وتحويلهما إلى جملة الإحداثيات العامة.




الشكل (2): المخطط التدفقي Flow Chart للبرنامج DFEM الذي يقوم بالتحليل الديناميكي لطريقة العناصر المحدودة FEM.

ث- البرنامج الجزئي kmasmble: يستدعى في البرنامج الجزئي Frame ويتضمن تجميع الصلابة والكتلة العنصريتين في مصفوفتي الكتلة والصلابة الكليتين بحسب عقدتي البداية والنهاية لكل عنصر وذلك في جملة الإحداثيات العامة.

ج- البرنامج الجزئي Freq: ويقوم بحساب الترددات الدورانية الطبيعية للإطار المدروس بالاعتماد على خصائصه المحسوبة سابقاً.

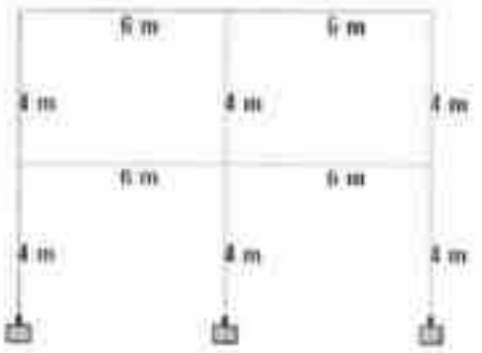
ح- البرنامج الجزئي CD: ويقوم بالتحليل الديناميكي للإطار باستخدام طريقة الفروقات المتوسطة.

خ- البرنامج الجزئي Newmark: ويقوم بالتحليل الديناميكي للإطار باستخدام طريقة $Newmark-\beta$.

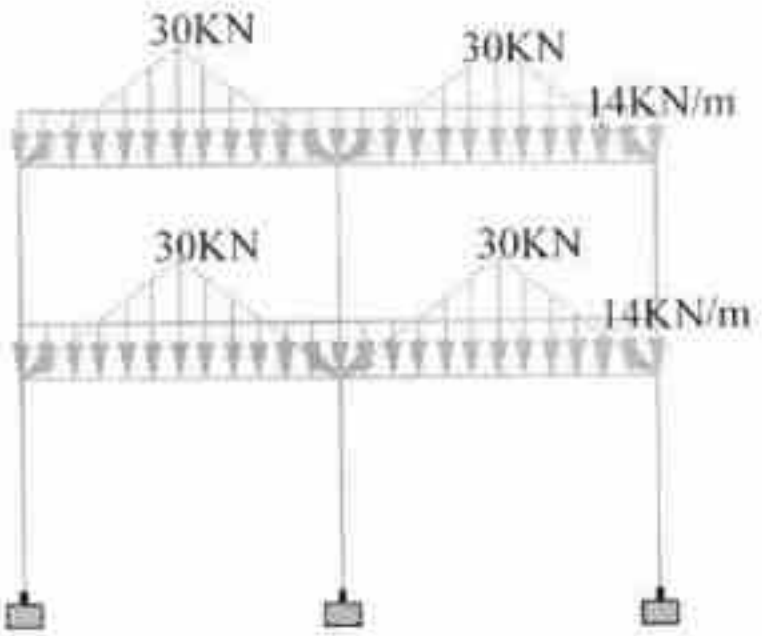
د- البرنامج Houbolt: ويقوم بالتحليل الديناميكي للإطار باستخدام طريقة Houbolt.

## 4- التطبيقات العملية:

تمت دراسة المنشأ الإطاري المبين بالشكل (3) من أجل هزة إزميت التركية في الاتجاه E-W باستخدام البرنامج المعد لهذا الغرض DFEM وهو إطار ذو طابقين أطوال عناصره الشاقولية يساوي 4m وأطوال عناصره الأفقية يساوي 6m، تم اختيار هزة Izmit كونها هزة نموذجية وهي أقرب إلى منطقتنامرجع رقم [6]. تم تحليل الإطار باستخدام طريقة الفروقات المتوسطة وطريقة Newmark من أجل $\beta=1/6$وهما مستقرتان شرطياً ومن أجل طريقة Newmark من أجل $\beta=1/4$ وهي مستقرة لا شرطياً.




الشكل (3) أبعاد عناصر الإطار المدروس




الشكل (4) حمولات الإطار المدروس

أبعاد مقاطع الأعمدة 0.4*0.4m وأبعاد مقاطع الجوائز 0.6*0.4m، تحمل الجوائز بلاطات سماكتها 20cm وحمولتها الحية 3 KN/m2 وحمولة التغطية 2 KN/m2، الحمولة المتلثية المنقولة من البلاطة قيمتها العظمى 30 KN كذلك تحمل الجوائز حمولة جدران موزعة بانتظام قدرها 14 KN/m بدراسة خصائص الاهتزاز كانت الترددات الطبيعية الدورانية للإطار كما يلي:

جدول (5) الترددات الدورانية الطبيعية للإطار

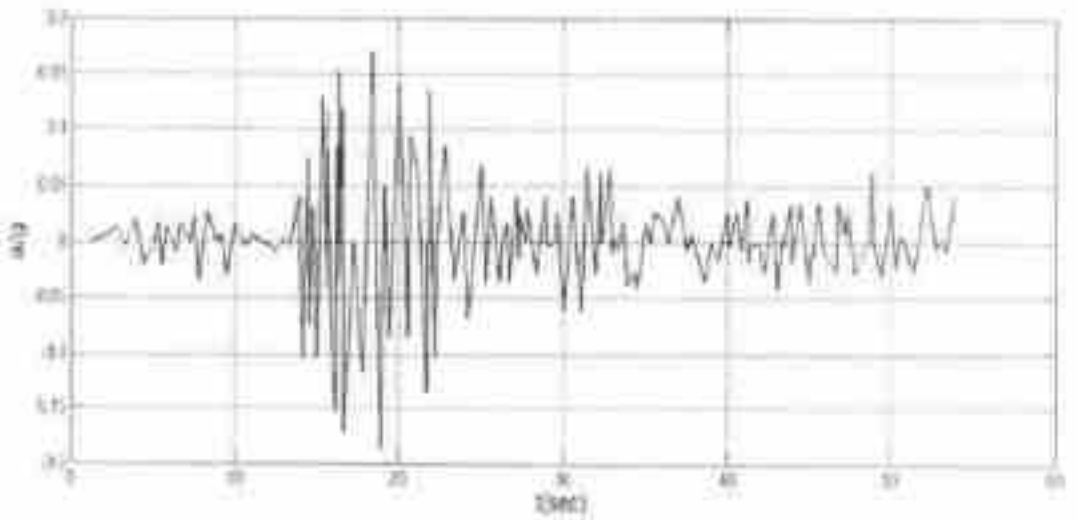
| رقم درجة الحرية | نوع درجة الحرية | التردد (rad/sec) |
|---|---|---|
| 1 | الانتقال على x (u) | 0 |
| 2 | الانتقال على y (v) | 0 |
| 3 | الدوران حول z ($\theta$) | 0 |
| 4 | الانتقال على x | 0 |
| 5 | الانتقال على y | 0 |
| 6 | الدوران حول z | 0 |
| 7 | الانتقال على x | 0 |
| 8 | الانتقال على y | 0 |
| 9 | الدوران حول z | 0 |
| 10 | الانتقال على x | 12.618 |
| 11 | الانتقال على y | 36.547 |
| 12 | الدوران حول z | 76.838 |
| 13 | الانتقال على x | 94.268 |
| 14 | الانتقال على y | 105.661 |
| 15 | الدوران حول z | 137.559 |

| | | |
|---|---|---|
| 16 | الانتقال على x | 198.466 |
| 17 | الانتقال على y | 252.646 |
| 18 | الدوران حول z | 292.474 |
| 19 | الانتقال على x | 325.674 |
| 20 | الانتقال على y | 342.247 |
| 21 | الدوران حول z | 435.681 |
| 22 | الانتقال على x | 442.438 |
| 23 | الانتقال على y | 513.697 |
| 24 | الدوران حول z | 629.374 |
| 25 | الانتقال على x | 668.9776 |
| 26 | الانتقال على y | 933.272 |
| 27 | الدوران حول z | 952.464 |

تابع جدول (5) التواترات الدورانية الطبيعية للإطار

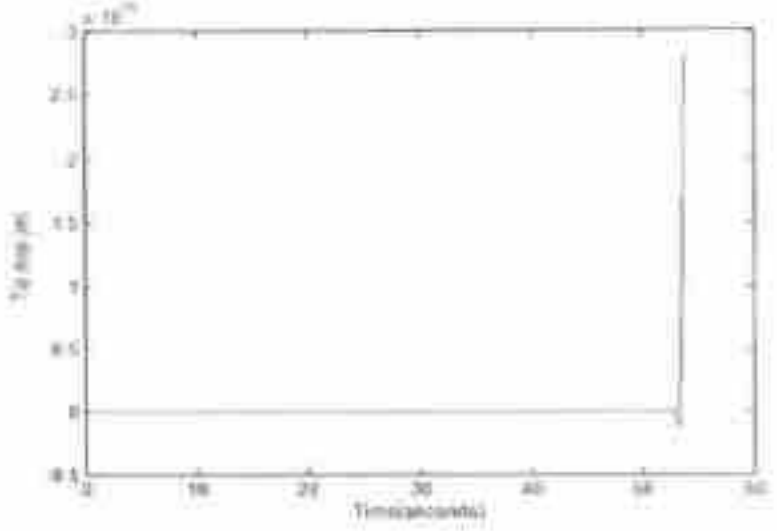
ان أكبر تردد في الإطار المدروس هو $\omega_{max}$=952.5 rad/sec، وبالتالي فإن الخطوة الزمنية التي تحقق الاستقرار من أجل طريقة الفروقات المتوسطة هي $\Delta t_{cr} = \frac{T_n}{\pi}$ وتساوي 0.002sec، ومن أجل طريقة Newmark $\Delta t_{cr} = 0.551 T_n$ $(\beta = 1/6)$ وتساوي 0.0036sec، حيث أن هاتان الطريقتان مستقرتان شرطياً بينما بقية الطرائق فهي مستقرة لاشرطياً أي بغض النظر عن قيمة الخطوة الزمنية.

إن هزة إزميت في الاتجاه E-W معطية بشكل بيانات تسارع مع الزمن تتضمن 147 نقطة الشكل رقم (4)، وتتراوح الخطوة الزمنية لها بين 1.111 ثانية و 0.2 ثانية وهي أكبر من الخطوتين اللازمتين لتحقيق الاستقرار في كل من طريقتي الفروقات المتوسطة وطريقة Newmark $(\beta = 1/6)$ المستقرتين شرطياً، ولكن يفترض أن

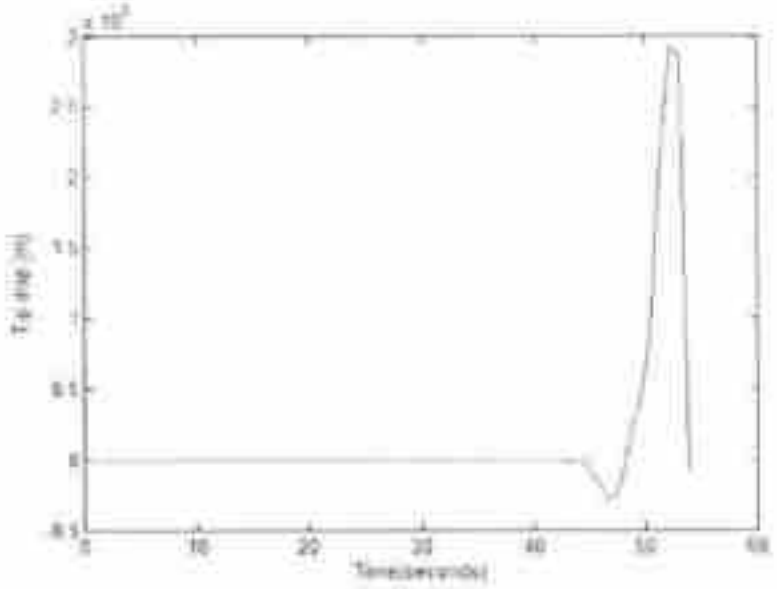


الشكل (5) هزة Izmit E-W

تحقق هذه الخطوة الاستقرار من أجل الطرائق المستقرة لا شرطياً مثل Newmark ($\beta = 1/4$)، انتقالات قمة الإطار من أجل طريقة Newmark( $\beta = 1/6$ ) موضحة في الشكل (5). و انتقالات قمة الإطار من أجل Newmark ( $\beta = 1/4$ ) موضحة في الشكل (6)، حيث الفرق النسبي بينهما يساوي 100%.



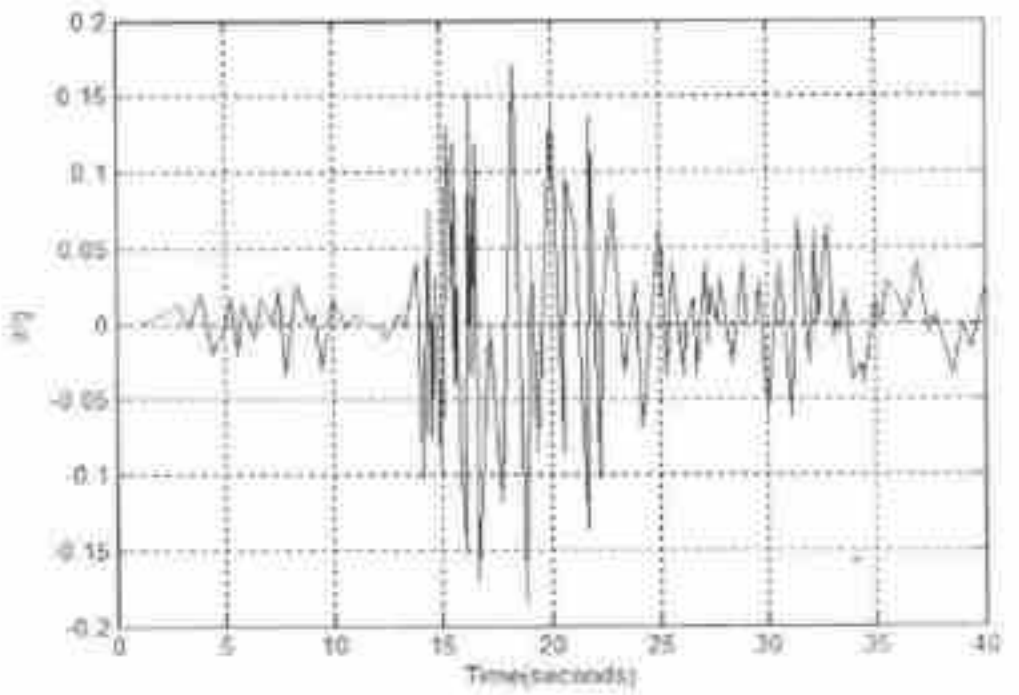
الشكل (6) انتقالات قمة الإطار باستخدام طريقة Newmark $\beta = 1/6$ من أجل 147 نقطة



الشكل (7) انتقالات قمة الإطار باستخدام طريقة Newmark $\beta = 1/4$ من أجل 147 نقطة

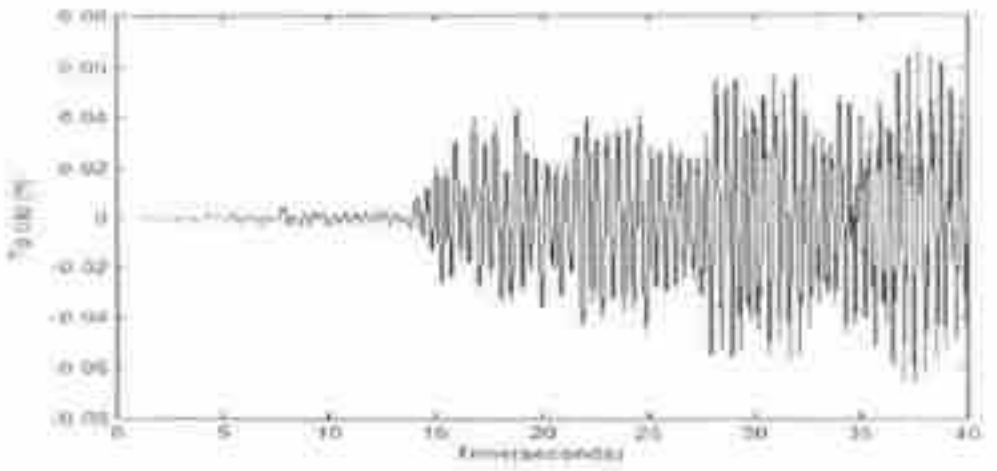
يلاحظ من الشكل (6) أن الانتقالات غير مستقرة من أجل $\beta = 1/6$ Newmark أي تعطي قيماً متضخمة بشكل كبير وهذا منطقي لأنها طريقة مستقرة شرطياً، ولكن يلاحظ أيضاً أن الانتقالات في الشكل (7) لا تعطي قيماً صحيحة من أجل $\beta = 1/4$

وهي طريقة مستقرة لا شرطياً على الرغم من أنها ليست متضخمة كما في الشكل (6) وهذا يعني أن شرط الاستقرار لا يعني كون القيم دقيقة، لذلك تمّ تقسيم كل خطوة زمنية للهزة إلى 100 نقطة بعد اختصار الجزء الأخير من الهزة لأن تسارعاته صغيرة ويزيد من زمن التحليل فتمّ اعتبار 40 ثانية فقط من بداية الهزة أي 109 نقطة وبتقسيمها إلى 100 نقطة في كل خطوة أصبحت 10900 نقطة وهذا موضح في الشكل (8).

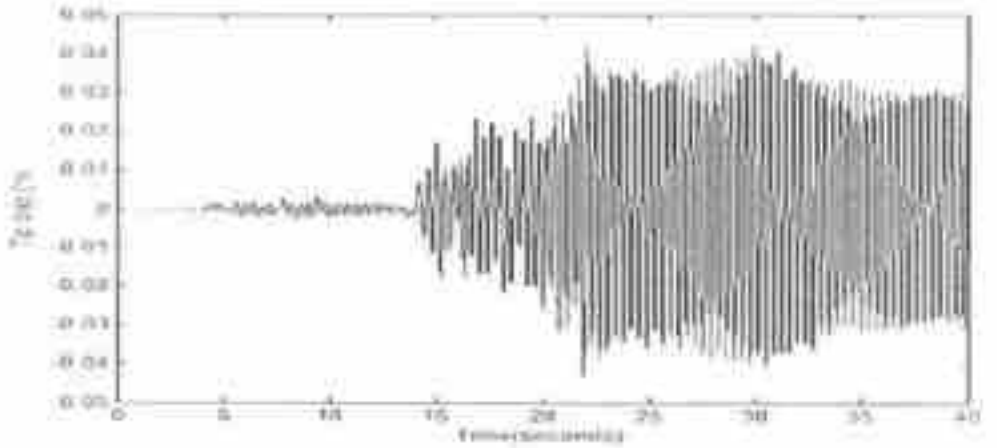



الشكل (8) هزة Izmit E-W من أجل 40 ثانية

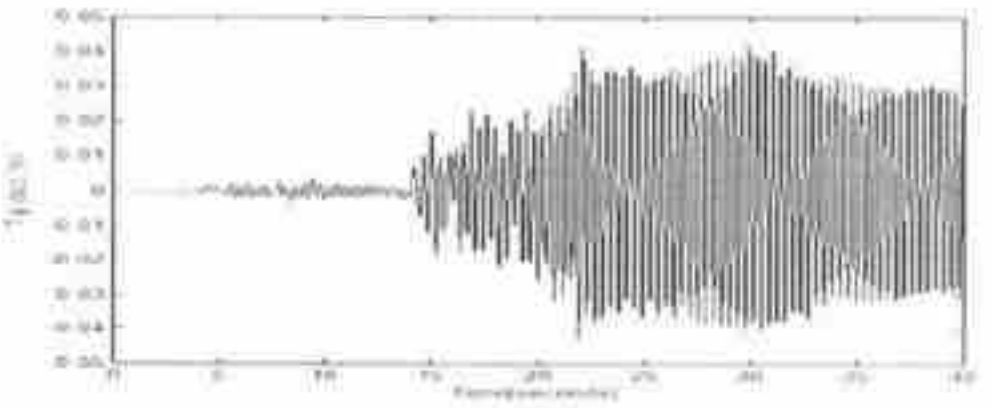
يوضح الشكل (9) انتقالات قمة الإطار من أجل $\beta = 1/4$ Newmark باعتبار 10900 نقطة وهي على الرغم من أنها مستقرة إلا أنها غير دقيقة، تم بعد ذلك تقسيم الخطوة الزمنية إلى 1000 نقطة وبالتالي أصبح عدد النقاط الكلي109000 نقطة، يوضح الشكل (10) انتقالات قمة الإطار من أجل $\beta = 1/4$ Newmark من أجل 109000 نقطة يلاحظ اختلاف المنحنى وبالمقارنة مع $\beta = 1/6$ Newmark الشكل (11) وجد حدوث تطابق في المنحنيين مما يعني أن الخطوة الزمنية الكافية لتحقيق الاستقرار والدقة معاً هي 0.001 ثانية ويمكن اعتبارها تساوي $\Delta t_{cr} = \frac{T_n}{2\pi}$.



الشكل (9) التقالات قمة الإطار باستخدام طريقة Newmark $\beta = 1/4$ من أجل 10900 نقطة لهزة Izmit E-W

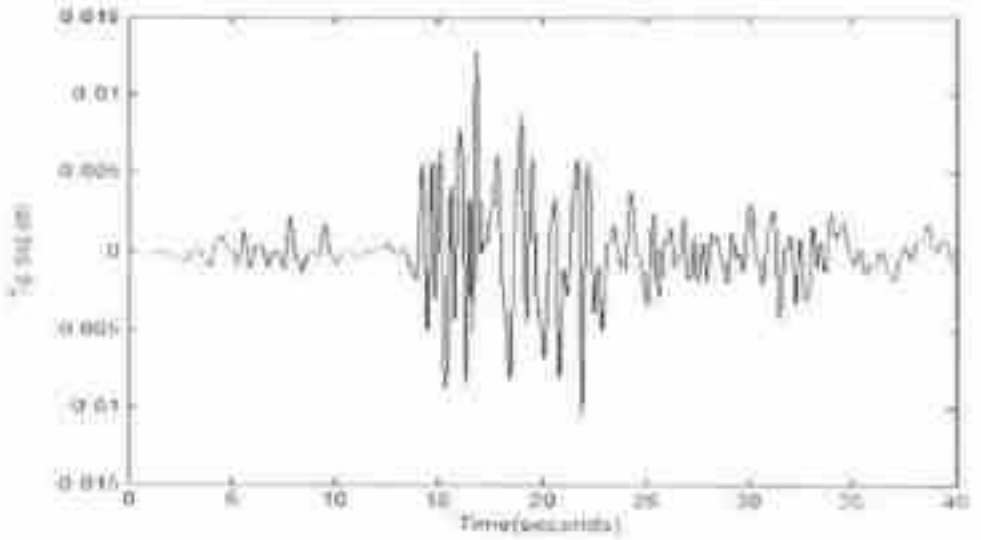


الشكل (10) التقالات قمة الإطار باستخدام طريقة Newmark $\beta = 1/4$ من أجل 109000 نقطة لهزة Izmit E-W

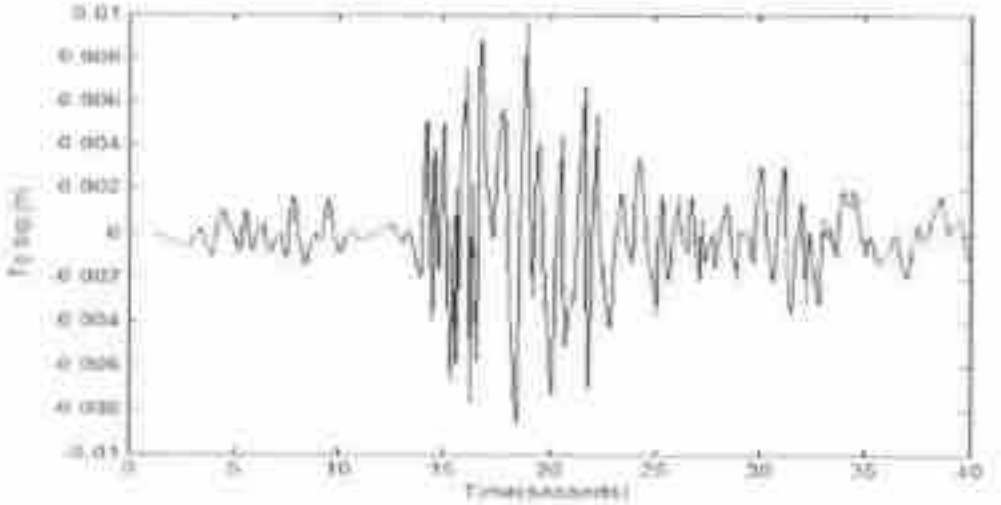


الشكل (11) التقالات قمة الإطار باستخدام طريقة Newmark $\beta = 1/6$ من أجل 109000 نقطة لهزة Izmit E-W

يلاحظ أن المنحنيات السابقة غير واقعية نظراً لإهمال التخامد، تمّ إدخال التخامد عبر مصفوفة التخامد C من أجل نسبة تخامد $\xi = 5\%$ باستخدام طريقتي Newmark من أجل $\beta = 1/6$ وطريقة Houbolt فكانت الانتقالات موضحة في الشكل (12) والشكل (13).




الشكل (12) انتقالات قمة الإطار باستخدام طريقة Newmark $\beta = 1/6$ بإدخال أثر التخامد 5%




الشكل (13) انتقالات قمة الإطار باستخدام طريقة Houbolt بإدخال أثر التخامد 5%

يلاحظ أن شكل الانتقال يختلف قليلاً باستخدام طريقة Houbolt وكذلك قيمة الانتقال الأعظمي حيث أن الانتقال الأعظمي باستخدام طريقة Newmark يساوي 0.01277m وباستخدام طريقة Houbolt يساوي 0.00969m والفرق النسبي بينهما

يساوي 24% لذلك سيتم الاعتماد على طريقة Newmark لأنها لصالح الأمان، علماً بأن طريقة Houbolt هي الأدق كونها تأخذ بالاعتبار خطوتين زمنيتين إلى الوراء في الحل مما يجعل الحسابات أدق لكن المشكلة في تحديد النقطتين البدائيتين في اللحظة الأولى والثانية في كل حالة.

## 5- النتائج والتوصيات:

أ- إن الطرائق العددية المستقرة لا شرطياً لا تعطي نتائج دقيقة من أجل الخطوات الزمنية الكبيرة.

ب- الخطوة الزمنية $\Delta t_{cr} = \frac{T_n}{2\pi}$ تحقق كل من الاستقرار والدقة لجميع طرائق التكامل العددي سواء أكانت مستقرة شرطياً أو لا شرطياً.

ت- اعتماد طريقة Newmark في التحليل الديناميكي للإطارات لأنها تعطي نتائجاً أفضل.

ث- إدخال أثر التخامد ضروري في التحليل الديناميكي للإطارات ويعطي نتائج واقعية.

ج- اعتماد الكود البرمجي DFEM بعد التأكد من دقته في التحليل الديناميكي للإطارات .

ح- اقتراح تطبيق نفس التحليلات على هزة سورية مصغرة.

## 6- المراجع:


1. BATHE K. J., 1982- **Finite Element Procedures in Engineering Analysis**. Prentice-Hall, Inc., New Jersey, USA, 713 pages.
2. CHOPRA A. K., 2003- **Dynamics of Structures**. Prentice-Hall, INC., New Delhi, India, 844 pages.
3. CLOUGH R. PENZIEN J., 1995- **Dynamic of Structures**. Computers & Structures, INC. Berkeley, USA, 730 pages.

4. DESAY C.S.,1979- **Elementary Finite Element Method**. Prentice-Hall, INC., New Jersey, USA, 434 pages.
5. EBELING R., 1992- **Introduction to the Computation of Response Spectrum for Earthquake Loading**. US Army Corps of Engineers, USA, 62 Pages.
6. KAADAN A.,2005-**Advanced Dynamic of Structures, Graduate Program**- Structural Department, Faculty of Civil Engineering, Aleppo University.
7. LITTLE S., 1990- **MATLAB Supplement Engineering Mechanics-Statics**. Prentice Hall, 1st Ed, **USA,** 150 pages.
8. MATLAB., **"Matrix Laboratory", language and interactive environment.** MathWorks.Inc., Massachusetts, USA.
9. STAZA F.L., 1985-**Applied Finite Element Anaysis for Engineers.** Holt, Rinehart and Winston, New York, USA, 657 Pages.
10. WILSON E. L., 2000- **Three Dimensional Static and Dynamic Analysis of Structures**. Computer and Structures, Inc., Berkeley, California, USA, 3rd Edition, 414 pages.
11. WEAVER W., JOHNSTON P. R., 1987- **Structural Dynamics by Finite Elements**. Prentice-Hall, Inc., New Jersey, USA, 1st Edition, 561 pages.

# Stability Analysis of Numerical Integration Methods of Dynamic Analysis of Frames Using FEM

**Ammar Kaadan*, Nawar Kaadan**, Reem Khartash *****
* Dept. of Structural Eng. Faculty of Civil Eng., Aleppo University
** Dept. of Geotechnical Eng., Faculty of Civil Eng., Aleppo University
*** PhD Grad. Student Dept. of Structural Eng. Faculty of Civil Eng., Aleppo Univ.

## Abstract

The objective of this research is to analyze the stability criterion of three methods of numerical integration which are the Central Difference Method, the *Newmark* $-\beta$ Method, and the Houbolt Method. These methods are classified into unconditional stable, and conditional stable with a condition of the critical time step. This research was performed by carrying out some mathematical computations. To conduct these analysis computer codes were developed which were named ST-CD, ST-N, ST-H using MatLab 7.8 R2009a.

A computer code named DFEM was also developed using MatLab 7.8 R2009a to perform the analysis of plane frames using FEM mode and numerical integration methods. The Turkish earthquake of Izmit 1999 was applied on a 2D frame model since it would be considered similar to our region. Several time steps were applied in order to attain accuracy and stability. The analysis was done first without damping and then with damping. Results were compared, good agreement was achieved.

Key words: Finite Elements, Dynamic analysis, Numerical integration, Stability analysis
Received /5/2010
Accepted / /2010