تقريب جديد لحساب قيم طاقات الترابط لنظائر الكالسيوم $^{49-58}_{20}Ca$ اعتماداً على النموذج الطبقي

نورس غازي الهلامي

مدرس في كلية العلوم، جامعة الفرات، دير الزور، الجمهورية العربية السورية

E-mail: nawrasalhoulami@alfuratuniv.edu.sy

الملخص:

اعتماداً على الفرضيات الأساسية للنموذج الطبقي وباستخدام كمونات مناسبة، قمنا بإيجاد علاقة جديدة لحساب قيم طاقات الترابط لنظائر الكالسيوم $^{49-58}_{20}Ca$ ، وذلك بتابعية العدد الكتلي لهذهِ النظائر وعدد نيوكليونات التكافؤ التي تقع خارج نواة القلب المغلق $^{48}_{20}Ca_{28}$.

عندَ حساب قيمة الانحراف المعياري بين قيم طاقات الترابط للنوى المحَسوبة لدينا والقيم التجريبية، وجدنا بأنَّ القيمة المَحسوبة لدينا كانت $\sigma = 2.7451(MeV)$ وهي أقرب من القيمة المَحسوبة عن طريق العلاقة نصف التجريبية للكتلة والتي كانت $\sigma = 14.3743(MeV)$ ، كما أنَّها أقرب من القيمة المحسوبة بواسطة النموذج المتكامل والتي كانت $\sigma = 62.8029(MeV)$ ، والمحسوبة بواسطة النموذج المتكامل المعدَّل والتي كانت $\sigma = 33.2596(MeV)$.

مما يدلُّ على كون العلاقة المستنتجة لدينا أقرب من أهم العلاقات المستخدمة سابقاً لحساب قيم طاقات الترابط للنوى المدروسة لدينا.

الكلمات المفتاحية: طاقة الترابط، النموذج الطبقي، نيوكليونات التكافؤ، قلب مغلق.

1.المقدمة: Introduction

إنَّ أحد أهم أغراض الفيزياء النووية هو تقديم نماذج نووية يُمكن من خلالها شـــرح خصائص وسلوك النوى الذرية. ومن أهم هذهِ الخصائص النووية هي كون كثافة النواة ثابتة تقريباً، لذلك فإنَّ حجم النوى يتناسب مع عددها الكتلي (BASDEVANT J, 2005). ونجدَ الشـــيء ذاتهُ ينطبق على الســوائل، لذا كان أحد النماذج النووية الأولى هو نموذج قطرة الســائل Liquid Drop Model (LDM) والذي قُدِّم بواسـطة Carl Friedrich Von Weizsacker عام 1935 ووضــع Bohr عام 1937 الفرضيات الأساسية له(WEIZSAEKER, V., 1935).

اعتماداً على هذا النموذج تمَّ حســـاب قيم طاقات الترابط للنوى بتابعية العدد الكتلي والعدد الذري لها عن طريق العلاقة النصف تجريبية للكتلة

Semi-Empirical Mass Formula (SEMF) والتي تعرف بعلاقـة بيـث – وايزكرBethe–Weizsäcke(FENG, P., et.al., 2020). وفي عام 2011 تمَّ وضــع علاقة جديدة لحساب قيم طاقات الترابط مستنتجة من قبل العالم Nader Ghahramany and his group 12وذلك اعتمـاداً على نظريـة الـديـناميكـا اللونيـة الكميّة Quantum Chromodynamics حيثُ تمَّ التعامل مع المادة النووية على أســـاس كونها بلازما مكونـة من الكواركـات والغلونـات، وسُـــميت هذهِ العلاقـة بعلاقـة النموذج المتكـامل Integrated Nuclear Model (INM) وتمَّ تطوير هذهِ العلاقة في عام2020 من قبل Hezekiah K. Cherop and Kapil M. Khanna

(CHEROP, H. K., and, KHANNA, K. M., 2020)، وسُـــميت بعلاقة النموذج المتكامل المُعدِّلةModified Integrated Nuclear Model (MINM).

في هذا الصــنف من النماذج النووية لا يتمُّ التعامل معَ النيوكليونات بشـكلٍ منفصــل، أنَّما تُعامل كجملةً واحدة، لذا نجحت هذهِ النماذج بحســـاب بعض خصـــائص النوى،

كمتوســط طاقة الترابط لكل نيوكليون، في حين فشــلت في حســاب خصــائص نووية أخرى كسويات الإثارة والعزوم المغناطيسية.

من جهة أخرى اعتمد النموذج الطبقيNuclear Shell Model الذي وُضـع من قبل MayerوJensen (MAYER, M., 1949) عام1948 على فرضـيّة أنَّ كل نيوكليون في أيَّة نواة يخضـع لكمون وسطي ناتج عن باقي النيوكليونات يُسمى بالحقل الوسطي يُعبِّر عن حقل مركزي إضــافة لكمون ناتج عن التأثيرات المتبادلة بين كل نيوكليونين من النيوكليونات يُسمى بالكمون المتبقي، وتتوضَّـع النيوكليونات وفقاً لهذا النموذج على ســويّات طاقيّة مُنفصــلة تُســمى بســويات الجســيم المُفرد والتي تُحَدد بحل معادلة شرودينغر وذلك باختيار كمون وسطي مناسب. نجحَ هذا النموذج في حساب العديد من الخصائص النووية كالتنبؤ بالأعداد السحرية وسويات الإثارة والعزوم المغناطيسية لمعظم النوى، ألّا أنَّه لم يعطِ قيماً مرضـــية لطاقات الترابط للنوى المختلفة، لذا بقيت العلاقة النصف تجريبية للكتلة أهم العلاقات وأشهرها لحساب قيم طاقات الترابط.

لذا قمنا في هذهِ الدراسة واعتماداً على الفرضيات الأساسية للنموذج الطبقي وباختيار كمونات مناسبة بإيجاد علاقة جديدة وبسيطة لحساب قيم طاقة الترابط بتابعية العدد الكتلي وعدد نيوكليونات التكافؤ عندما تكون في الســوية الأســاســية لها. وقمنا عن طريق هذهِ العلاقة بحساب قيم طاقات الترابط لجميع نظائر الكالسيوم الفردية (الزوجية – فردية) والزوجية (الزوجية – زوجية) والتي تقع نيوكليونات تكافؤها(من النترونات) ضمن العددين $28 < N \leq 38$.

2. النموذج الطبقي: Nuclear Shell Model

يتمُّ التعامل معَ النواة وفقَ للنموذج الطبقي كمنظومةٍ مُؤلَّفةٍ من A نيوكلون يَخضع كل نيوكلون منها لكمون وسطي ناتج عن باقي النيوكلونات، وتتوزَّع هذهِ النيوكلونات على السويّات الطاقيّة للجسيم المُفرد.

لتطبيق هذا النموذج يجب حل معادلة شرودينغر لمنظومة مُكوَّنة من A جسيم على النحو الآتي(HEYDE L. G., 1990):

$$\hat{H}\,|\,\Psi\,\rangle = E\,|\Psi\,\rangle \qquad (1)$$

حيثُ Ψ هو التابع الموجي الكلَّي الذي يَصفُ حالة نواة مُؤلَّفة من A جسيم و $\hat{H}$ هو الهاملتوني الكلّي للمنظومة والمكوَّن من حد يمثِّل مجموع الطاقات الحركيّة لجسيمات المَنظومة وحد آخر ينتج من التأثيرات المُتبادل بين كل جسيمين من هذهِ النيوكليونات، ويُعطى هذا الهاملتوني بالشكل التالي:

$$\hat{H} = \sum_{i=1}^{A}(-\frac{\hbar^2}{2m}\Delta_i) + \sum_{i<j=1}^{A} W\,(i\,,j\,) \qquad (2)$$

يُمكن كتابة الهاملتوني السابق بإضافة وطرح الكمون الذي يَخضع له الجسيم المُفرد والذي يأخذ الصيغة $\sum_{i=1}^{A} U(i)$ بالشكل التالي(HEYDE L. G., 1990):

$$\hat{H} = \sum_{i=1}^{A}[-\frac{\hbar^2}{2m}\Delta_i + U\,(i\,)] + \sum_{i<j=1}^{A} W\,(i\,,j\,) - \sum_{i=1}^{A} U\,(i\,) = \hat{H}^{(0)} + \hat{H}^{(1)} \qquad (3)$$

حيثُ $\hat{H}^{(0)} \equiv \sum_{i=1}^{A}[-\frac{\hbar^2}{2m}\Delta_i + U\,(i\,)]$ الهاملتوني الصفري، والذي يُعبِّر عن الكمون الوسطي الكروي الناتج عن جميع النيوكليونات والمُستقل عن الشحنة، ويُشير الهاملتوني $\hat{H}^{(1)} = \sum_{i<j=1}^{A} W\,(i\,,j\,) - \sum_{i=1}^{A} U\,(i\,) \equiv V$ للكمون المُتبقي بين النيوكليونات residual interaction .

من الواضـح بأنَّه عندما يكون عدد النيوكليونات كبيراً فإنَّ المصـفوفة الهاملتوني الكلّي $\hat{H}$ تصبح كبيرةً جداً، لذا نلجأ لتقريب فراغ التكافؤValence Space (SUHONEN J., 2005)، الذي يَفترِض وجود قلب مُغلق هو أقرب نواة مُضـــاعفة السحريّة للنواة المَدروسة، وبالتالي تقتصر الدراسة على نيوكليونات التكافؤ(النيوكليونات التي تقع خارج القلب المُغلق) فقط بدلاً من أن تكون بين جميع النيوكليونات، وتُعتبر السويّات الأدنى من فراغ التكافؤ والمُملوءة بعدد سحري من النيوكليونات مدارات مُغلقة لا تساهم بالإثارة، وتُسمى بالقلب المُغلق.

يُمكن كتابة الهملتوني الكلّي المُعطى بالعلاقة(3) – وفقاً لفراغ التكافؤ– على النحو التالي(SUHONEN J., 2005):

$$\hat{H} = E(CORE) + \bar{\varepsilon}(\hat{n})\hat{n} + \sum_{i=1}^{A} U(i) + \hat{H}^{(1)} \qquad (4)$$

حيثُ $E(CORE) = -BE(CORE)$ طاقة الترابط لنواة القلب المغلق، و $\bar{\varepsilon}$ هي متوســـط طاقة الترابط لكل نيوكليون من نيوكليونات التكافؤ و $\hat{n}$ هي مؤثر عدد نيوكليونات التكافؤparticle number operator و U هي الكمون المركزي الناتج عن نيوكليونات التكافؤ و $\hat{H}^{(1)}$ هاملتوني الكمون المتبقي(كما ذكرنا سابقاً). وسنذكر بالتفصيل كيفية حساب كل حد من حدود هذهِ المعادلة.

1.2. متوسط طاقة الترابط لنيوكليونات التكافؤ $\bar{\varepsilon}$:

يُمكن الحصـول على قيمة متوسـط طاقة الترابط لكل نيوكليون من نيوكليونات التكافؤ في الحالة الأسـاسـية عن طريق الحصـول على أفضـل تناسـب لقيم طاقات الجسـيم المفرد التجريبية(FENG, P., et.al., 2020)، تقع نيوكليونات التكافؤ في دراستنا

ضـــمن الطبقة pfg خارج القلب المغلق ${}^{48}_{20}Ca_{28}$ والتي تمتلك ســويات التكافؤ التالية على الترتيب(Grawe, H., 2004):

$$1p_{3/2} = -5.15\,MeV \;,\, 1p_{1/2} = -3.12\,MeV \;,\, 0f_{5/2} = -1.20\,MeV \;,\! 0g_{9/2} = +0.45\,MeV$$

بأجراء التناسب (باستخدام البرنامج LAB fit) حصلنا على أفضل شكل للمعادلة التي تُمثِّل متوسـط طاقة الجسـيم المفرد في سـويات التكافؤ بدلالة عدد نيوكليونات التكافؤ والتي تأخذ الشكل التالي:

$$\bar{\varepsilon}(\hat{n}) = a + b\,\hat{n} \quad (MeV) \tag{5}$$

حيث a و b ثابتين يأخذان القيمتين التاليتين:

$$a = \text{-}4.47\,MeV \;, b = 0.272\,MeV$$

2.2. كمون الحقل الوسطي U : Mean Field Potential

وهو الكمون المركزي الناتج عن جميع نيوكليونات التكافؤ بحيثُ أنَّ كل نيوكليون من نيوكليونات التكافؤ يخضـع لكمون مركزي ناتج عن باقي النيوكليونات، ويُمكن أن يأخذ هذا الكمون أشـــكالاً مُختلفة ككمون الهزاز التوافقي وكمون Woods-Saxon وكمون التزاوج، وعلى افتراض أن نيوكليونات التكافؤ تقع جميعها في السويّة الأساسية وتكون متزاوجة فيما بينها، تكون أنسب الكمونات لوصـف هذهِ الجملة هي كمون التزاوج الذي يأخذ الشكل التالي(MIORA, M. E., et.al., 2019):

$$V_{PAIR} = -G\sum_{\rho} A^{+}_{\rho} A_{\rho} \tag{6}$$

تُشـــير ρ لعدد المدارات المُحددة ضـــمن الحقل الوســـطي المُعتبر، وتُشـــير $A_{\rho} = \sum_{i=1}^{p} A_{\rho}(i)$ و $A^{+}_{\rho} = \sum_{i=1}^{p} A^{+}_{\rho}(i)$ لـمـؤثـري أنـتــاج الأزواج pair creation operators، وكما تُشير $G>0$ لثابت شدة تفاعل التزاوج الشبه شعاعي isovector pairing strength، والذي يُعطى بدلالة العدد الكتلي A بالشكل $G=\frac{20}{A}$ (MACCHIAVELLI, A.O., 1999; FENG, P., et.al., 2020).

اعتماداً على كمون التزاوج تُعطى طاقة التزاوج عندما تكون جميع النيوكليونات في الحالة الأساسية مقترنةً مع بعضها البعض بالعلاقة التالية(SUHONEN J., 2005):

$$E_{\nu}(N)=-\frac{1}{4}G(N-\nu)(2\Omega-N-\nu+2) \tag{7}$$

حيثُ يُشير الرمز ν للعدد الكوانتي المُسمى "الأسبقية" Seniority quantum number والذي يدلُّ على عدد النيوكليونات الغير مقترنة. ويُشير الرمز N لعدد النيوكليونات في السوية الأساسية (والذي يمثل عدد نيوكليونات التكافؤ في دراستنا)، ويُشير الرمز Ω لعدد الأزواج المقترنة الأعظمي الذي تتسع له السوية المُحددة، ويُعطى بالشكل $\Omega=\frac{1}{2}(2j+1)$.

ومن جهةٍ أخرى يؤدي زيادة عدد النيوترونات N على عدد البروتونات Z في النوى إلى زيادة في استقرارها وبالتالي لزيادة في طاقة الترابط الكليّة لها، لذا سنضيف حداً آخر لكمون الحقل الوسطي (كمون التزاوج) ينتج عن تأثير التناظر Symmetry Effect، والذي يأخذ الصيغة التالية(GEORGE, F. B., and MEKJIAN, A., 1972):

$$V_{sym}=\sum_{1,2}\frac{t_1.t_2}{A}V_1 \qquad V_1\approx 100\ (MeV) \tag{8}$$

حيثُ t_1 و t_2 أيزوسبيني النيوكليونين المتفاعلين، واعتماداً على كمون التناظر السابق تُعطى الطاقة الناتجة عن هذا الكمون بالعلاقة التالي:

$$E_{Asy} = (N - Z)\frac{V_1}{A} \tag{9}$$

في دراستنا يُمثِّل المقدار $(N - Z)$ عدد نيوكليونات التكافؤ خارج القلب المغلق ${}^{48}_{20}Ca_{28}$

3.2. هاملتوني الكمون المتبقي $\hat{H}^{(1)}$: Residual Interaction

يكون تـأثير الكمون المتبقي بين نيوكليونـات التكـافؤ فقط، وتكون مُســـــاهمتـه في الهاملتوني الكلّي صـغيرةً مقارنةً بكمون الحقل الوسطـي، لذا يُعامل كاضـطراب، ويأخذ هذا الكمون أشكال مختلفة. أخترنا في هذهِ الدراسة كمون دلتا السطحي

(Surface Delta Interaction(SDI، وذلـك لســـــهولـة التعـامـل معـهُ ولكونـه من الكمونات القابلة للفصل مما يتيح الحصول على حل تحليلي لمعادلة شرودنغر.

افتُرِض هذا الشكل من الكمون في عام 1966 من قبل .Moszkowski et.al (ARVIEU, R., and MOSZKOWSKI, S. A., 1966)، وذلك اعتماداً على مبدأ باولي الذي يَمنع حدوث التصــادمات في الســويّات المُكتملة ويسـمح للتصــادمات أن تَحدث بشكلٍ أسـاسـي في سويّات التكافؤ. طوّر هذا الكمون من قبل Glaudesmans . (GLAUDEMANS, P. W. M., and G BRUSSAARD P.J., 1967)، وسُميَّ عندها بكمون دلتا السطحي المعدَّل(Modified Surface Delta Interaction(MSDI .

وتكون مصـفوفة عناصـر التفاعل المُتبقي من أجل هذا الكمون لأحد أزواج نيوكليونات التكافؤ المتفاعلة على النحو الآتي:

$$\left\langle j_a\, j_b, JT \left| V_{\mathrm{MSDI}} \right| j_c\, j_d, JT \right\rangle_{JT} = \frac{A_T}{2(2J+1)}\left[\frac{(2j_a+1)(2j_b+1)(2j_c+1)(2j_d+1)}{(1+\delta_{ab})(1+\delta_{cd})}\right]^{\frac{1}{2}}\{(-1)^{\ell_a+\ell_c+j_b+j_d}(j_b -\tfrac{1}{2}\, j_a\, \tfrac{1}{2}|J\,0)$$
$$(j_d -\tfrac{1}{2}\, j_c\, \tfrac{1}{2}|J\,0)[1-(-1)^{\ell_c+\ell_d+J+T}]-(j_b\, \tfrac{1}{2}\, j_a\, \tfrac{1}{2}|J1)(j_d\, \tfrac{1}{2}\, j_c\, \tfrac{1}{2}|J1)[1+(-1)^T]\} + B_T\left[2T(T+1)-3\right]\delta_{ac}\delta_{bd} \tag{10}$$

حيثُ A_T ،B_T هما ثابتان يُمثِّلان شـــدَّة حدي التفاعل للنيوكليونين المُتفاعلين، ويُشـــير الرمز $(j -\frac{1}{2}\, j\, \frac{1}{2}|J\,0)$

لمعاملات كليبش- غوردنClebsch-Gordan coefficients . ويُشـير j لعزم السـوية التي يقع عليهـا النيوكليون و J للعزم الكلي النــاتج عن اقتران عزمي النيوكليونين

المتفاعلين، ويُشير الرمز T للأيزسبين الكلّي الناتج عن اقتران أيزوسبيني النيوكليونين المتفاعلين. وفي حال كون نيوكليونات التكافؤ تقع في السويّة الأساسية، فإنَّ العلاقة السابقة تؤول إلى الشكل التالي:

$$\left\langle j_a\, j_b, JT \left| V_{MSDI} \right| j_a\, j_b, JT \right\rangle_{JT} = -A_T \frac{(2j_a+1)(2j_b+1)}{2(2J+1)(1+\delta_{ab})}\left\{\left[(j_a \tfrac{1}{2} j_b -\tfrac{1}{2}| J0)\right]^2 [1-(-1)^{\ell_a+\ell_b+J+T}]+ \right.$$
$$\left.\left[(j_b \tfrac{1}{2} j_a \tfrac{1}{2}| J1)\right]^2 [1+(-1)^T]\right\} + B_T\left[2T(T+1)-3\right] \qquad (11)$$

وعندما يقع نيوكليوني التكافؤ ضمن نفس السوية تُصبح العلاقة السابقة على النحو الآتي:

$$\left\langle j^2, J1 \left| V_{MSDI} \right| j^2, J1 \right\rangle_{JT=1} = A_T \frac{(2j+1)^2}{2(2J+1)}(j -\frac{1}{2}\, j\, \frac{1}{2}| J0)^2 + B_T \qquad (12)$$

وفي حال كون نيوكليونات التكافؤ متزاوجة مع بعضها البعض، تصبح العلاقة السابقة بعد تعويض البارامتر Ω على النحو الآتي:

$$\left\langle j^2, 01 \left| V_{MSDI} \right| j^2, 01 \right\rangle_{J=0T=1} = \frac{1}{2}A_T(2j+1)+B_T = A_T\,\Omega + B \qquad (13)$$

حيثُ استفدنا من التحويل التالي

(SUHONEN J., 2005)

$$(j\ m\ j\ m' | 00) = (-1)^{j-m}\, \hat{j}^{-1}\delta_{m,-m'} \qquad (14)$$

يُمكن الحصول على قيمة ثابتي كمون دلتا السطحي المعدَّل B_T، A_Tعن طريق المطابقة مع القيم التجريبية، كما أنَّها تُعطى بشكلٍ تقريبي بدلالة العدد الكتلي A كما يلي $A_T \approx B_T \approx \frac{25}{A} MeV$ (ABUALHOUS, S. F., 1999)، وبالتالي يُمكن كتابة العلاقة (13) كما يلي:

$$H^{(1)} \equiv \left\langle j^2, 01 \left| V_{MSDI} \right| j^2, 01 \right\rangle_{J=0T=1} = \frac{25}{A}(\Omega+1) \qquad (15)$$

كما يُمكن أن تُكتب العلاقة السابقة بدلالة ثابت شدة تفاعل التزاوج G على النحو:

$$H^{(1)} \equiv \left\langle j^2, 01 \middle| V_{MSDI} \middle| j^2, 01 \right\rangle_{J=0T=1} = 1.25G(\Omega+1) \qquad (16)$$

3. الحسابات والنتائج:Calculations and Results

اعتماداً على العلاقة(4) بعدَ تعويض العلاقات(5) و(7) و(9) و(16) فيها، وأجراء بعض الإصلاحات لتأخذ الشكل التالي:

$$E = -BE = E(CORE) + C_1 n^2 + C_2 n + C_3 \qquad (17)$$

حيثُ تكون طاقة القلب المغلق

$E(CORE) = -BE\,({}^{48}_{20}Ca_{28}) = -416.001\,(MeV)$ ("NRV nuclear .map,")

وتأخذ البارامترات C_1 و C_2 و C_3 القيم التالية:

$$C_1 = b + \frac{1}{4}G \quad , \quad C_2 = a - \frac{1}{2}G\,(\Omega+11) \quad , \quad C_3 = \frac{G}{4}\{\nu(2\Omega-\nu+2)+5(\Omega+1)\} \qquad (18)$$

عندما تكون النيوكليونات في الحالة الأســـاســـية يأخذ العدد الكوانتي الأســـبقيّة القيمة $\nu = 0$ من أجل النوى الزوجية - زوجية والقيمة $\nu = 1$ من أجل النوى الزوجية - فردية.

وبما أنَّ Ω تُشـــير لعدد الأزواج الأعظمي التي تكون مقترنة والذي تتســـع لها كل سـوية من سـويات الطبقة pfg لذا فإنَّها في حالتنا تأخذ قيماً معينة (وفقاً لعلاقتها) على النحو التالي:

$$\Omega \begin{cases} 2 & for \quad A = 49 \rightarrow 52 \\ 3 & for \quad A = 53 \rightarrow 58 \end{cases} \qquad (19)$$

يُمكن الحصـــول على قيمة ثابت شـــدة تفاعل التزاوج G عن طريق المُطابقة مع القيم التجريبية لطاقات الترابط، كما يُمكن الحصول على قيمته بدلالة العدد الكتلي، وعندها تُصبح قيم البارامترات C_1 و C_2 و C_3 بدلالة العدد الكتلي على النحو التالي:

$$C_1 = 0.272 + \frac{5}{A} \quad , \quad C_2 = -4.47 - \frac{10}{A}(\Omega + 11) \quad , \quad C_3 = \frac{5}{A}\{\nu(2\Omega - \nu + 2) + 5(\Omega + 1)\} \qquad (20)$$

تمَّ حساب قيم طاقات الترابط لعشرة نوى من نظائر الكالسيوم التي تقع خارج القلب المغلق ${}^{48}_{20}Ca_{28}$ والتي تمتلك الأعداد الكتلية $A = 49 - 58$ خمس نوى منها فردية (زوجية - فردية) وخمس نوى زوجية(زوجية – زوجية) وذلك بتطبيق العلاقة(17) باستخدام البارامترات المعطاة في العلاقة(20) حصلنا على قيم طاقات الترابط لهذهِ النظائر $B_{SM}\,(MeV)$ والتي تظهر في الجدول (1) مقارنةً مع قيم طاقات الترابط التجريبية $B_{exp.}(MeV)$ ("NRV , nuclear map,").

الجدول(1): قيم طاقات الترابط لنظائر الكالسيوم ${}^{49-58}_{20}Ca$ المَحسوبة لدينا مقارنةً مع القيم التجريبية.

Even-Odd- A				Even- Even-A			
A	$B_{SM}\,(MeV)$	$B_{exp.}(MeV)$	$\|B_{SM} - B_{exp}\|(MeV)$	A	$B_{SM}\,(MeV)$	$B_{exp.}(MeV)$	$\|B_{SM} - B_{exp}\|(MeV)$
49	420.7138	421.148	0.4342	**50**	427.1614	427.508	0.3466
51	431.7783	432.329	0.5507	**52**	436.5618	438.325	1.7632
53	439.8679	440.590	0.7221	**54**	443.4150	444.982	1.5670
55	444.8875	446.626	1.7385	**56**	446.8674	450.245	3.3776
57	446.8432	451.2920	4.4488	**58**	447.3041	454.408	7.1039

وبحساب قيمة الانحراف المعياري بين قيم طاقة الترابط المَحسوبة لدينا من أجل النوى المدروسة والقيم التجريبية، حيثُ استخدامنا علاقة الانحراف المعياري التالية:

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\left[BE^{\,i}_{SM} - BE^{\,i}_{exp.}\right]^2} \qquad (21)$$

وجدنا بأنَّ متوسط قيمة الانحراف المعياري من أجل النوى المدروسة هي $\sigma = 2.7451(MeV)$.

وعندَ حساب قيم طاقات الترابط للنوى المدروسة عن طريق العلاقة النصف تجريبية للكتلة والتي تعتبر العلاقة الأشهر لحساب طاقات الترابط والتي تُعطى بالشكل التالي (BENZAID, D., et.al., 2020):

$$BE = a_V A - a_S A^{2/3} - a_C \frac{Z^2}{A^{1/3}} - a_{AS} \frac{(A-2Z)^2}{A} \pm \delta \qquad (22)$$

حيث $a_V, a_S, a_C, a_{AS}, a_p$ هي قيم المعاملات في المعادلة النصف تجريبية للكتلة، والتي تأخذ مجموعات عديدة من القيم، أخترنا منها أكثرها شيوعاً واستخداماً وهي (CHOWDHURY, P. R., and SAMANTA, C., 2005):

$$a_V = 15.78(MeV),\ a_S = 18.34(MeV),\ a_C, = 0.71(MeV),\ a_{Sym} = 23.21(MeV),$$

$$a_p = \begin{cases} 12(MeV) & for \quad even-even \\ 0 & for \quad odd-even \end{cases}$$

وجدنا بأنَّ قيمة الانحراف المعياري المحسوبة عن طريق العلاقة النصف تجريبية للكتلة من أجل النوى المدروسة لدينا هي $\sigma = 14.3743(MeV)$.

وعندَ حساب قيم طاقات الترابط للنوى المدروسة بواسطة النموذج المتكامل والتي تُعطى بالعلاقة التالية(GHAHRAMANY, N., et.al., 2011):

$$BE(A,Z) = \left[3A - \left(\frac{(N^2 - Z^2) + \delta(N-Z)}{Z} \right) + 3^2 \right] \frac{m_u c^2}{100} \ , \quad for\ A > 5 \qquad (23)$$

حيث $m_u c^2 = 330(MeV)$ والبارامتر δ يتعلَّق باستقراريه النوى اتجاه تفككات بيتا ويأخذ القيمتين التاليتين:

$$\delta(N-Z) \begin{cases} 0 & for \quad N \neq Z \\ 1 & for \quad N = Z \end{cases}$$

وجدنا بأنَّ قيمة الانحراف المعياري المَحسوبة للنوى المدروسة عن طريق علاقة النموذج التكاملي هي $\sigma = 62.8029(MeV)$.

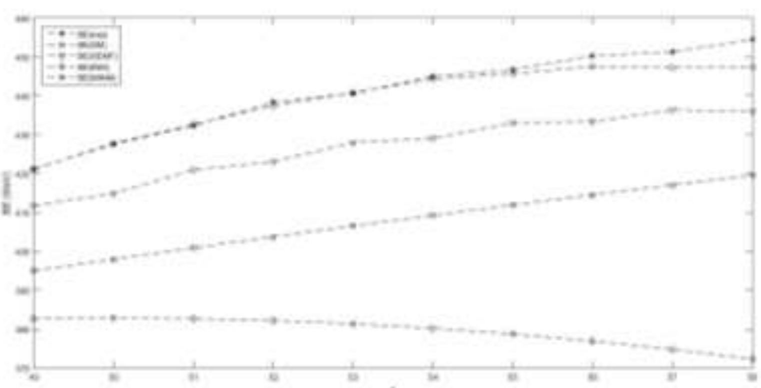
وعندَ حســاب قيم طاقات الترابط للنوى المدروســة بواسـطة النموذج المتكامل المعدَّل والتي تُعطى كما يلي(CHEROP, H. K., and, KHANNA, K. M., 2020):

$$BE(A,Z) = \left[3A - \left(\frac{(N^2 - Z^2) + \delta(N - Z)}{\sqrt{NZ}}\right) + \lambda\right]\frac{m_u c^2}{100}\ ,\quad for\ A > 5 \qquad (24)$$

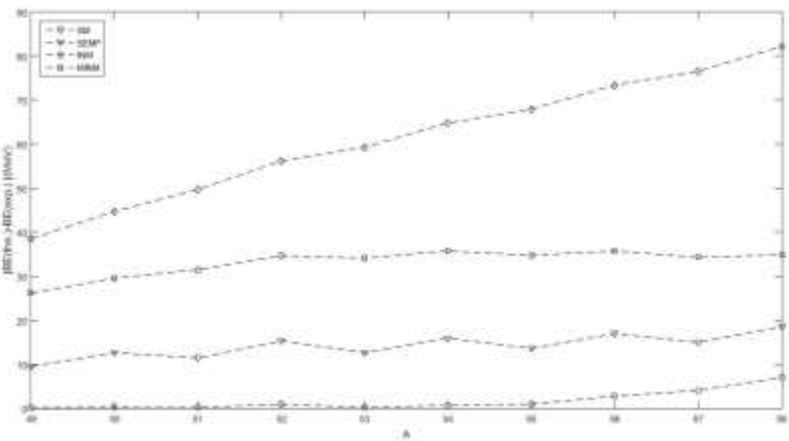
حيث يـأخذ البـارامتر λ من أجـل $Z \leq 30$ القيمـة الثـابتـة $\lambda = 9$. وجدنـا بـأنَّ قيمـة الانحراف المعياري المَحسـوبة للنوى المدروســة عن طريق علاقة النموذج المتكامل المعدَّل هي $\sigma = 33.2596(MeV)$.

يتضـــح في الشـــكل(1) أن قيم طاقات الترابط المحســـوبة لدينا(الدوائر) أقرب من والمحسوبة عن طريق العلاقة النصف تجريبية للكتلة (المثلثات المقلوبة) والمَحسوبة عن طريق النموذج المتكامل (المعينات) والمَحســـوبة عن طريق النموذج المتكامل المعدَّل(المربعات) مقارنةً مع القيم التجريبية(النجوم).

يتضـــح في الشـــكل (2) أن قيم ΔB المَحســـوبة لدينا(الدوائر) أقرب من المَحســـوبة باســـتخدام العلاقة نصـــف التجريبية للكتلة(المثلثات المقلوبة) والمَحســـوبة باســـتخدام النموذج المتكـامـل(المعينـات) والمَحســـوبـة بـاســـتخـدام النموذج المتكـامـل المعدَّل(المربعات).



الشكل(1): قيم طاقات الترابط لنظائر الكالسيوم $^{49-58}_{20}Ca$ المَحسوبة لدينا(الدوائر) والمَحسوبة باســتخدام العلاقة نصــف التجريبية للكتلة(المثلثات المقلوبة) والمَحســوبة باســتخدام النموذج المتكامل(المعينات) والمَحســـوبة باســـتخدام النموذج المتكامل المعدَّل(المربعات) مقارنةً مع القيم التجريبية(النجوم).



الشـــكل(2): قيم ΔB لنظائر الكالســـيوم ${}^{49-58}_{20}Ca$ المَحســـوبة لدينا(الدوائر) والمَحســـوبة باســتخدام العلاقة نصــف التجريبية للكتلة(المثلثات المقلوبة) والمَحسـوبة باسـتخدام النموذج المتكامل(المعينات) والمَحسوبة باستخدام النموذج المتكامل المعدَّل(المربعات).

4. الخاتمة:Conclusion

اعتماداً على الفرضـيات الأسـاسـية للنموذج الطبقي وباسـتخدام كمونات مناسـبة قُمنا بإيجاد علاقة بسـيطة وجديدة وغير مسـتنتجة سـابقاً بحسـاب قيم طاقة الترابط بتابعية العدد الكتلي وعدد نيوكليونات التكافؤ للنواة المدروســة. وقُمنا عن طريق هذهِ العلاقة بحساب قيم طاقات الترابط لعشرة نوى من نظائر الكالسيوم خمسة نوى منها زوجية - فردية وخمســـة نوى منها زوجية – زوجية تقع نيوكليونات تكافؤها خارج القلب المغلق ${}^{48}_{20}Ca_{28}$ وتقع ضمن المجال $28 < N \leq 38$.

وجدنا بأنَّ قيمة الانحراف المعياري بين قيم طاقة الترابط للنوى المَحسوبة لدينا والقيم التجريبية أقرب من قيمة الانحراف المعياري المَحســوبة عن طريق العلاقة النصــف تجريبية للكتلة، كما أنَّها أفضـــل من قيمة الانحراف المعياري المَحســـوبة عن طريق علاقة النموذج المتكامل والمَحســـوبة عن طريق النموذج المتكامل المعدَّل. مما يدلُّ على كون العلاقة المُستنتجة لدينا أفضل من أهم العلاقات المُستخدمة سـابقاً لحسـاب قيمة طاقات الترابط لنظائر الكالسيوم المدروسة.

نتوقع تحسُّـــن في قيم طاقات الترابط للنوى المَدروســـة مقارنةً بالقيم التجريبية عند أضـــافة حد آخر لكمون الحقل المركزي يتعلَّق بتشـــوُّه النواة وذلك عند زيادة عدد نيوكليونات التكافؤ بشـــكلٍ كبير خارج القلب المُغلق(كما في حالة النواة الأخيرة

المدروسة $^{58}_{20}Ca$). ونقترح دراسة أمكانية تطبيق العلاقة المستخدمة في هذهِ الدراسة على مجالات أخرى للنوى وذلك بعد تحديد شـــكل المعادلة لمتوســـط طاقة الترابط لنيوكليونات التكافؤ $\bar{\varepsilon}$ ، كما نقترح دراسة أمكانية استخدام هذهِ العلاقة لحساب سويات الإثارة للنوى.

References

ABUALHOUS, S. F., 1999- **Calculations of Energy Levels for Nuclei 42Ca 42Ti 42Sc by Using Modiefied Surface Delta Interaction.** *College of Education for girles- University of Kufa* .

ARVIEU, R., and MOSZKOWSKI, S. A., 1966- **Generalized Seniority and the Surface Delta Interactio.** ***Physical Review***, 5(3),830-837.

BASDEVANT J, et.al., 2005-**Fundamentals in Nuclear Physics**. 1st ed., Springer, U.S.A, 515 p.

BENZAID, D., et.al., 2020- **Bethe–Weizsaecker semiempirical mass formula coefficients 2019 update based on AME2016**. *NUCL SCI TECH*, 31(9), 2-6 .

CHEROP, H. K., and, KHANNA, K. M., 2020- **Modified Integrated Nuclear Model for the Binding Energy of Finite Nuclei.** *World Scientific News(WSN)*, 149, 36-51 .

CHOWDHURY, P. R., and SAMANTA, C., 2005- **MODIFIED BETHE WEIZSACKER MASS FORMULA WITH ISOTONIC SHIFT AND NEW DRIPLINES**. *Modern Physics Letters A*, 20(21), 1605-1618 .

FENG, P., et.al., 2020- **On the importance of np-pairs in the isovector pairing model.** *Europhysics Letters(EPL)*, 132(3), 2-14 .

GEORGE, F. B., and MEKJIAN, A., 1972- **ISOSPIN IMPURITIES IN NUCLEI**. Annu. Rev. Nucl. Sci.., 22, 25-64 .

GHAHRAMANY, N., et.al., 2011- **New scheme of nuclide and nuclear binding energy from quark-like model**. *Iranian Journal of Science & Technology(IJST)*, A(3), 201-208 .

GLAUDEMANS, P. W. M., and G BRUSSAARD .P.J., 1967- **TWO-BODY MATRIX ELEMENTS FROM A MODIFIED SURFACE DELTA INTERACTION.** *Nuclear Physics*, A(102), 593-601 .

GRAWE, H., 2004- **Shell Model from a Practitioner's Point of View**. *Lecture Notes in Physics*. http://www0.mi.infn.it/~sleoni/TEMP/EuroSchool/Grawe.pdf

HEYDE L. G., 1990-**The Nuclear Shell Model.** 2nd ed.,Springer-Verlag, U.S.A, 1st ed, 37 p .

MACCHIAVELLI, A.O., 1999- **Is there np pairing in odd-odd N=Z nuclei?** *PHYSICAL REVIEW C*, 61 (4),1-4.

MAYER, M., 1949- **Nuclear Configuration in the Spin- Orbit Coupling Model. I.Empirical Evidence**. *Physical Review*, 78(1), 16-21.

MIORA, M. E., et.al., 2019 **-Exact isovector pairing in a shell-model framework: Role of proton-neutron correlations in isobaric analog states.** *PHYSICAL REVIEW C*, C100(064310), 1-10.

NRV nuclear map. http://nrv.jinr.ru/nrv /

SUHONEN J., 2005- **From Nucleons to Nucleus**. 1st ed., Springer, U.S.A , 64p .

WEIZSAEKER, V., 1935- **Zur Theorie der K e r n m a s s e n** . Zeitschrift Nr Physik. Bd. 96, 431-458.

New Approach to Calculate Nuclear Binding Energies of Calcium Isotopes ${}^{49-58}_{20}Ca$ by Using Shell Model

Nawras Ghazi Alhoulami

Faculty of Science, Al Furat University, Deir-ez-Zor, Syrian Arab Republic.

E-mail: nawrasalhoulami@alfuratuniv.edu.sy

Abstract

Depending on the basic assumptions of Shell Model and by using suitable potentials, we found a new formula to calculate nuclear binding energies of calcium isotopes ${}^{49-58}_{20}Ca$. This formula is related only to the mass number of these isotopes and number of valence nucleons outside the closed core ${}^{48}_{20}Ca_{28}$.

When we calculate the standard deviation of experimental data from the theory, we found that our value which is $\sigma = 2.7451(MeV)$ better than the value calculated by Semi-Empirical Mass Formula which is $\sigma = 14.3743(MeV)$ it is also better than calculated by Integrated Model which is $\sigma = 62.8029(MeV)$ and calculated by Modified Integrated Model which is $\sigma = 33.2596(MeV)$

This indicates that our inferred formula is better than the most important formulas which is previously used to calculate nuclear binding energies for our studied nuclei.

Key words: Nuclear Binding Energy, Shell Model, Valence Nucleons, Closed Core